

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 18 Marzo 2005
Corso di Laurea Triennale in Scienze Ambientali

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2} - 1}{x^3}$$

2. Sia $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}e^x$. Trovare eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti di f nel suo dominio naturale.

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x - 4} dx.$$

4. Determinare gli autovalori ed i relativi autospazi, della seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{\sqrt{n+1}}.$$

6. Dati i tre punti $P_1 = (1, -2, -4)$, $P_2 = (0, 1, 1)$, $P_3 = (-1, 4, 6)$, determinare l'equazione del piano π passante per P_1, P_2 , e P_3 . Determinare quindi la retta r perpendicolare a π e passante per P_1 . Infine, determinare le coordinate dei due punti su r che distano 1 dal piano π .