

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I
18 Giugno 2014
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. **(Per Secondo Parziale)** Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(x-4)^2}{\sqrt{x^2-1}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan(x)}{x^2 + x}$$

3. **(Per Secondo Parziale)** Calcolare, se esiste, il seguente integrale:

$$\int_1^2 x^2 \ln(1+x) dx$$

4. **(Per Secondo Parziale)** Risolvere il seguente sistema lineare

$$Ax = b, \quad \text{con} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

mediante il metodo di eliminazione di Gauss.

5. Determinare la retta r passante per $Q = (1, 0, 2)$ ed ortogonale al piano di equazione $x - 2y + z = 1$. Determinare quindi la distanza di $P = (1, -1, 1)$ dalla retta r .
6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z - i)^3 = \frac{(i + 1)^3}{i - 1}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| \frac{1}{i+1} + \frac{1+2i}{i-3} \right| > 2$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 18 Giugno 2014

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

Domande di Teoria

1. **(Per Secondo Parziale)** Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan(x)$. La funzione f è ben definita nell'insieme:
 - $D = [0, 2\pi]$
 - $D = \mathbb{R}$
 - $D = (-\pi, \pi)$

2. **(Per Secondo Parziale)** Quale di queste affermazioni è vera?
 - L'insieme $A = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ non ha punti di accumulazione
 - L'intervallo $A = [0, 1)$ non ha massimo
 - L'intervallo $A = (-1, 1)$ non è limitato

3. **(Per Secondo Parziale)** Siano $x, y \in \mathbb{R}^n$. Quale di queste affermazioni è vera?
 - $\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i$
 - $x + y = \langle x, y \rangle$
 - $\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^{2n}$

4. Siano $r_1: \{P \in \mathbb{R}^3 : P = P_0 + t\mathbf{v}, t \in \mathbb{R}\}$ e $r_2: \{P \in \mathbb{R}^3 : P = Q_0 + t\mathbf{w}, t \in \mathbb{R}\}$ due rette di \mathbb{R}^3 . Quale di queste affermazioni è vera?
 - r_1 e r_2 sono parallele se e solo se $\mathbf{v} = \mathbf{w}$
 - r_1 e r_2 sono parallele se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$
 - r_1 e r_2 sono ortogonali se $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = 0$

5. È dato il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Allora
 - Il sistema non ammette soluzioni
 - Esiste ed è unica la soluzione del sistema
 - Il sistema ammette sempre almeno una soluzione