

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 25 Gennaio 2017

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Determinare il dominio naturale ed eventuali punti estremanti relativi ed assoluti della funzione

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \exp\left(-\frac{x-1}{x^2+1}\right).$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{1-x^2}}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{tg}(x) dx$$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del seguente sistema lineare

$$Ax = b, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

5. Dati i punti $A = (0, 2, 3)$, $B = (-1, 1, 1)$, $C = (2, 1, 2)$, determinare l'equazione cartesiana e parametrica del piano passante per questi tre punti. Determinare quindi la retta r ortogonale al piano e passante per A . Determinare infine i punti su r che distano 1 da A .

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$\left(z - \frac{1}{2}i\right)^3 = \frac{1}{2}i(1+i)$$

Localizzare le soluzioni sul piano complesso.

Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $\left| -\frac{1}{i-1} + \frac{2+i}{i-1} \right| > |1-i|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 25 Gennaio 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Siano $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 2\}$ e $B =]1, 3[$. Allora
 - $A \cap B = \emptyset$
 - $A \cap B =]2, 3[$
 - $A \cap B = \{3\}$
2. Siano $f, F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Sotto le opportune condizioni, quale di queste affermazioni è corretta?
 - F è una primitiva di f se $f(x) = F(x)$ per $x \in [a, b]$.
 - F è una primitiva di f se $f'(x) = F(x)$ per $x \in [a, b]$.
 - F è una primitiva di f se $F'(x) = f(x)$ per $x \in [a, b]$.
3. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora
 - I tre vettori sono complanari e linearmente indipendenti
 - I tre vettori sono multipli dello stesso vettore
 - I tre vettori sono ortogonali tra loro
4. Quale di queste funzioni è derivabile nel suo dominio naturale?
 - $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
 - $f(x) = |x - 1|$
 - $f(x) = [x]$ (parte intera di x)
5. Sia $z = -1 + i$. Quale di questi valori corrisponde a z ?
 - $z = \sqrt{2}e^{\frac{5}{4}\pi i}$
 - $z = \sqrt{2}e^{\frac{3}{4}\pi i}$
 - $z = e^{\frac{3}{4}\pi i}$