Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 19 Giugno 2019
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

NOME: COGNOME: N.MATR.:

1. Dopo aver determinato il dominio di definizione della funzione $f(x) = \frac{x^2-1}{e^{-x}}$, determinarne gli estremanti relativi e assoluti. Studiarne la convessità.

   Risposte:

   Dominio: $A = ...$ Derivata: $f'(x) = ...$

   Eventuali punti critici: ....

   Eventuali punti di massimo e minimo relativo: ....

   Eventuali punti di massimo e minimo assoluto: ....

   Limiti agli estremi del dominio: ....

   Eventuali punti di flesso: ....

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin(x)}$

   Risposta (includere i passaggi principali): $\ell = ...$

3. Calcolare il seguente integrale $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$

   Risposta (includere i passaggi principali): $I = ...$

4. Determinare tutte le possibili soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{0}.$$

   Risposta:

   Soluzioni del sistema: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = ...$

5. Dati i punti $A = (1, 2, 1), B = (2, -1, 1), C = (1, 1, 2)$, determinare l'equazione cartesiana del piano passante per questi tre punti. Determinare quindi la retta r ortogonale al piano e passante per A. Determinare infine i punti su r che distano 1 da A.

   Risposte:

   Equazione cartesiana del piano:

   Equazione della retta r:

   Punti su r che distano 1 da π:

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(zi)^4 = \left(\frac{1}{2} i^3 (i+1)\right)^2$$

   e farne il grafico. Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|\frac{1}{i-2} - \frac{2+i}{3i+1}| > |-2i+1|$.

   Risposte:

   Soluzioni: ....

   Disuguaglianza (SI/NO, con in passaggi principali): ....

   Grafico (anche nella pagina successiva): ....

Domande di Teoria

1. Siano $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$ e $B =]0, 2[$ e la loro differenza $A \setminus B$. Allora

   ☐ $A \setminus B = [3, \infty[$

   ☐ $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$

   ☐ $A \setminus B =]0, \infty[$

2. È data la funzione $f(x) = \ln(x + 1)$. Quale di queste affermazioni è corretta?

   ☐ f è definita in $\{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

   ☐ f è definita in $\{x \in \mathbb{R}, x > -1\}$

   ☐ f è definita in $\{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$

3. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Allora

☐ I due vettori individuano due rette parallele

☐ I due vettori individuano la stessa retta

☐ I due vettori sono ortogonali tra loro

4. Quale di queste funzioni è una primitiva di $f(x) = 2\cos(x)\sin(x)$?

☐ $F(x) = \cos(x)^2$

☐ $F(x) = \sin(x)^2$

☐ $F(x) = \sin(x)\cos(x)$

5. Siano $x_0 = 2$ e $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 2\} \cup \{x \in \mathbb{R}, x < 2\}$. Quale di queste affermazioni è corretta?

☐ x_0 è un punto di accumulazione per A

☐ x_0 è un punto interno ad A

☐ x_0 è un punto minorante di A