

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 20 Giugno 2011
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 2},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \frac{t-1}{t} dt}{\sin(x^2 - 1)}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_2^3 x^2 \ln(x - 1) dx$$

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni.

5. Determinare la retta r passante per $P = (2, -1, 3)$ ed ortogonale al piano π di equazione $x + y - z = 2$. Determinare le coordinate di $H = r \cap \pi$, e la distanza tra P ed H .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$z^5 = \frac{(i - 1)^3}{(i + 1)^2}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|1 - 2i| < 3$