

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 20 Settembre 2011
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^{x^2}}{e^x},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x) - \log \sqrt{x}}{x}$$

3. Studiare la convergenza del seguente integrale generalizzato:

$$\int_0^2 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$$

4. Determinare autovalori e autovettori della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Determinare il piano π per $A = (-1, 1, 2)$ ed ortogonale al vettore $\mathbf{v}^T = (1, -2, 1)$. Determinare quindi la retta r passante per A e per $B = (-2, 1, 4)$ ed i punti su r che distino 1 (uno) dal piano π .

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z + 1)^3 = \frac{(i - 1)^4}{(2 - i)(1 - 2i)}$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|1 + \frac{3}{4}i|^2 < |2 - i|$.