

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 21 Febbraio 2017

Prova A

Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Determinare il dominio naturale ed eventuali punti estremanti relativi ed assoluti della funzione

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - (1 - x^2)^{\frac{1}{3}}}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_0^1 x \operatorname{arctg}(x) dx$$

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema omogeneo ammette soluzioni non banali:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad A = \begin{bmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Determinare quindi tali soluzioni.

5. Dati i punti $A = (-1, 1, 2)$, $B = (1, -1, 1)$, $C = (2, 1, 1)$, determinare l'equazione cartesiana e parametrica del piano passante per questi tre punti. Determinare quindi la retta r ortogonale al piano e passante per A . Determinare infine i punti su r che distano 1 da A .

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$(z - \frac{1}{2}i)^3 = \frac{1}{2}i(1 + i)$$

Localizzare le soluzioni sul piano complesso.

Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|\frac{i}{i+1} + \frac{2-3i}{i-1}| > |1 + 2i|$.

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 21 Febbraio 2017
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna
Domande di Teoria

NOME:

COGNOME:

N.MATR.:

1. Siano $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ e $B =]0, 2[$. Allora
 - $A \cap B =]1, 2[$
 - $A \cap B = \{2\}$
 - $A \cap B = \emptyset$
2. Sia $f(x) = 1/\sqrt{x^2 - 1}$. Quale di queste affermazioni è corretta?
 - f è continua in tutto \mathbb{R} .
 - f non è una funzione continua in alcun punto del suo dominio.
 - f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
3. Sono dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$. Allora il loro prodotto vettoriale:
 - $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = [-3, 1, 2]^T$
 - $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ non si può calcolare
 - $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = 8$
4. Quale di queste funzioni è derivabile nel suo dominio naturale?
 - $f(x) = \frac{1}{1-x}$
 - $f(x) = [x]$ (parte intera di x)
 - $f(x) = |x + 2|$
5. Sia $z = -1 + i$. Quale di questi valori corrisponde a z ?
 - $z = \sqrt{2}e^{\frac{5}{4}\pi i}$
 - $z = \sqrt{2}e^{\frac{3}{4}\pi i}$
 - $z = e^{\frac{3}{4}\pi i}$