

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 22 Settembre 2010
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio A della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}},$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti. Studiarne quindi la convessità.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cos x - \tan x}{x^2}$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}} |\ln(x - 1)| dx$$

4. Determinare autovalori e autospazi della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. Sia r la retta passante per $P = (1, -1, 0)$ e parallela al vettore $\mathbf{v} = (1, 2, 2)$. Sia π il piano passante per $Q = (1, 0, 2)$ e perpendicolare a \mathbf{v} . Dopo aver determinato r e π , trovare il loro punto di intersezione. Trovare infine il piano parallelo a π passante per l'origine.

6. i) Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$z^4 = \frac{i - 1}{i + 1}.$$

ii) Riportare sul piano complesso tali soluzioni. iii) Verificare se la seguente disuguaglianza è vera: $|2 + i| > 2$