

Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 27 Gennaio 2010
Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna

1. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x^2+1}\right)$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

2. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{x}$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{x^4}{x^2+1} dx$$

4. Dato il sistema omogeneo

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare α in modo che il sistema ammetta soluzioni oltre a quella banale. Per tale valore di α determinare quindi tutte le soluzioni.

5. Determinare la retta r di \mathbb{R}^3 passante per $P = (1, -1, 1)$ e parallela al vettore $\underline{v}^T = (1, 2, 2)$. Determinare anche la retta s passante per P e $Q = (-1, -1, -1)$. Determinare quindi il piano contenente le rette r ed s .

6. Determinare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione

$$z^4 = \frac{1-i}{(1+i)^3}$$