

Metodi Numerici, a.a. 2011-2012. Progetto Finale. (D. Barlotti)
(articolo "Modeling symbiosis by interactions...", Yukalov et al)

Si consideri il seguente semplice modello di convivenza con mutua interazione di tipo simbiotico tra due specie (in unità adimensionali, formula (31) nel testo),

$$(0.1) \quad \frac{dx}{dt} = x - \frac{x^2}{1 + bxz} \quad t > 0$$

$$(0.2) \quad \frac{dz}{dt} = z - \frac{z^2}{1 + gxz} \quad t > 0$$

$$(0.3) \quad x(0) = x_0, \quad z(0) = z_0$$

con $b, g \in (0, 1]$, che rappresenta il caso in cui entrambe le specie si aiutano.

1. Descrivere almeno due metodi per la risoluzione numerica delle equazioni differenziali ordinarie sopra descritte,
2. Per $b = 0.5, g = 0.01$, e $x_0 = 0.01, z_0 = 0.01$, integrare per un periodo di tempo sufficiente per arrivare al regime asintotico; Riportare i risultati sia su un diagramma di fase che su un grafico delle singole funzioni; commentare.
3. Determinare numericamente le soluzioni di equilibrio per entrambe le specie; descrivere il metodo numerico utilizzato;
4. Studiare il modello al variare di b e g e riportare i risultati su grafici, evidenziando una eventuale crescita esponenziale illimitata;
5. Confrontare numericamente il modello descritto sopra con il seguente, che rappresenta la convivenza (simmetrica) di specie senza interazione diretta:

$$(0.4) \quad \frac{dx}{dt} = x - \frac{x^2}{1 + bz} \quad t > 0$$

$$(0.5) \quad \frac{dz}{dt} = z - \frac{z^2}{1 + gx} \quad t > 0$$

$$(0.6) \quad x(0) = x_0, \quad z(0) = z_0$$