

Metodi Numerici per la Modellistica Ambientale
Esercizi di Laboratorio del 08/05/2012

- Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \cos(2y(t)), & 0 < t \leq \pi \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Determinare un'approssimazione della soluzione con il metodo di Eulero esplicito (funzione `feuler` sul sito del corso) e con il metodo di Crank-Nicolson (funzione `cranknic` sul sito del corso) usando 10 passi temporali. Variare anche il passo temporale per Eulero.

Sapendo che la soluzione esatta è

$$y(t) = \frac{1}{2} \arcsin((e^{4t} - 1)/(e^{4t} + 1)),$$

verificare l'ordine di convergenza del metodo di Eulero esplicito e del metodo di Crank-Nicolson con i seguenti comandi Matlab (si può prendere lo script (`ordine.m`) nella pagina del corso):

```
>> tspan=[0,pi]; y0=0; f=inline('cos(2*y)', 't', 'y');
>> u=inline('0.5*asin((exp(4*t)-1)/(exp(4*t)+1))', 't');
>> Nh=2;
for k=1:10,
    [t,ufe]=feuler(f,tspan,y0,Nh); fe(k)=abs(ufe(end)-feval(u,t(end)));
    [t,uke]=cranknic(f,tspan,y0,Nh); fc(k)=abs(uke(end)-feval(u,t(end)));
    Nh = 2*Nh;
end
>> p=log(abs(fe(1:end-1)./fe(2:end)))/log(2);
>> p(1:2:end)
>> p=log(abs(fc(1:end-1)./fc(2:end)))/log(2);
>> p(1:2:end)
```

- In analogia con la funzione matlab del metodo implicito di Crank-Nicolson, implementare il metodo di Eulero implicito e testarlo sullo stesso problema.