

Metodi Numerici per la Modellistica Ambientale  
Esercizi di Laboratorio del 23/05/2012

- Determinare una approssimazione numerica della soluzione del seguente problema ai limiti

$$-u''(x) = f(x), \quad u(0) = 0, u(1) = 0,$$

per  $f(x) = 1$ ,  $x \in [0, 1]$ ; e per  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ ,  $x \in [0, 1]$ . Variare il numero di nodi per valutare la bontà dell'approssimazione.

- Si risolva il problema al punto precedente sostituendo la condizione di Dirichlet in  $x = 0$  con  $u'(0) = \frac{1}{2}$ .
- Si risolva il seguente problema ai limiti

$$-u'' + \frac{k}{T}u = \frac{w}{T}, \quad x \in (0, 1), \quad u(0) = u(1) = 0,$$

dove  $u$  rappresenta lo spostamento verticale di una fune lunga 1 metro, soggetto ad un carico trasversale di intensità  $w$  per unità di lunghezza.  $T$  è la tensione e  $k$  il coefficiente di elasticità della fune. Si prendano  $w = 1 + \sin(4 * \pi x)$ ,  $T = 1$  e  $k = 0.1$ . Risolvere variando il numero di nodi nella discretizzazione.

- Determinare una approssimazione numerica della soluzione del seguente problema ai limiti

$$-(a(x)u'(x))' = 1, \quad u(0) = 0, u(1) = 0,$$

per  $x \in [0.1, 0.9]$ , con  $a(x) = (\sin(\pi x))^2$ .