

Metodi Numerici per la Modellistica Ambientale
Esercizi di Laboratorio del 25/05/2012

- (già fatto) Determinare una approssimazione numerica della soluzione del seguente problema ai limiti

$$-u''(x) = f(x), \quad u(0) = 0, u(1) = 0,$$

per $f(x) = 1$, $x \in [0, 1]$; e per $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2$, $x \in [0, 1]$. Variare il numero di nodi per valutare la bontà dell'approssimazione.

- (già fatto) Si risolva il problema al punto precedente sostituendo la condizione di Dirichlet in $x = 0$ con $u'(0) = \frac{1}{2}$.
- Si risolva il seguente problema ai limiti

$$-u'' + \frac{k}{T}u = \frac{w}{T}, \quad x \in (0, 1), \quad u(0) = u(1) = 0,$$

dove u rappresenta lo spostamento verticale di una fune lunga 1 metro, soggetto ad un carico trasversale di intensità w per unità di lunghezza. T è la tensione e k il coefficiente di elasticità della fune. Si prendano $w = 1 + \sin(4\pi x)$, $T = 1$ e $k = 0.1$. Risolvere variando il numero di nodi nella discretizzazione.

- Determinare una approssimazione numerica della soluzione del seguente problema ai limiti

$$-(a(x)u'(x))' = 1, \quad u(0) = 0, u(1) = 0,$$

per $x \in [0.1, 0.9]$, con $a(x) = (\sin(\pi x))^2$.

- Problema di diffusione-trasporto (funzione `convdiff.m` sul nostro sito).

Determinare una approssimazione numerica della soluzione del seguente problema ai limiti

$$-\varepsilon u'' - \beta u' = 0, \quad u(0) = 0, u(1) = 1,$$

per $x \in [0, 1]$ con $\beta = 1$ e $\varepsilon \ll 1$. Confrontare con la soluzione esatta $u(x) = (e^{-\beta x/\varepsilon} - 1)/(e^{-\beta/\varepsilon} - 1)$