Metodi Numerici, a.a. 2011-2012. Progetto Finale n.3 (M. Pifferi)
(da testo di geologia)

Si consideri la seguente equazione di dispersione idrodinamica (formula (10.7))

$$C_t = D_L C_{xx} - v_x C_x, \quad x \in [0, L],\ t \geq 0,$$

dove D_L è il coefficiente di dispersione idrodinamica longitudinale, C è la concentrazione di soluzione, v_x è la velocità media sotterranea nella direzione di x, e t è il tempo dall'invasione della soluzione (si veda anche sec.10.6.2).

Si considerino i seguenti valori dei coefficienti:
$L = 15m$ (lunghezza del tubo in esame)
$v_x = 2.6 \cdot 10^{-7} m/s$
$D_L = 3.2 \cdot 10^{-7} m^2/s$
$t \in [0, T]$, con $T = 3.15 \cdot 10^7$ s.

Prima di $t = 0$, il tubo è riempito con acqua distillata. Al tempo $t = 0$ viene introdotta una soluzione salina ad un livello di concentrazione $C_0 = 725 mg/L$, con le sequenti condizioni al bordo:

$$\frac{D_L}{v_x}(C(0,t))_x = C_0, \quad C_x(L,t) = 0.$$

Determinare una approssimazione della soluzione del problema parabolico mediante differenze finite, sfruttando un metodo *esplicito* ed uno *implicito* per la discretizzazione temporale.

1. Presentare una breve introduzione al problema;
2. Descrivere i metodi usati per la trattazione numerica;
3. Visualizzare l'evoluzione della soluzione mediante grafico bi/tridimensionale;
4. Studiare graficamente la convergenza del metodo all'aumentare dei punti di griglia spaziali.
5. Studiare la dipendenza del passo temporale da quello spaziale.
6. Studiare come varia la soluzione numerica all'aumentare di D_L; giustificare fisicamente una tale eventuale scelta di coefficiente di dispersione.