INSEGNAMENTO: Analisi Numerica e Software Scientifico
CORSO DI STUDI: Laurea Magistrale in Matematica
A.A.: 2014-2015

Programma con riferimenti bibliografici

introduzione al corso e motivazioni. Informazioni pratiche del corso.

Sezione 1.2 [SF]:
Il problema 1D di Sturm-Liouville. Primi concetti.
Autocoppia dell'operatore di Sturm-Liouville. Norma e condizioni al bordo.

Sezione 1.3 [SF]:
Forma variazionale del problema. Funzionale da minimizzare sfruttando le condizioni al bordo.
Lo spazio delle soluzioni. Funzioni ammissibili. Condizione al bordo "naturale" e
quindi non imposta.

Sezione 1.5 [SF]:
Il Metodo di Ritz. Approssimazione spettrale. Proprieta'. Approssimazione mediante base
monomiale di polinomi. Proprieta'.
Base di elementi finiti: descrizione, prime proprieta'. Discretizzazione dell'operatore.
Costruzione del sistema lineare associato. Proprieta'.

Sezione 1.6 [SF]:
Forma bilineare dell'energia.
Proprieta' di minimizzazione dell'energia dell'errore, e ortogonalita' (con dimostrazioni).
Equivalenza della norma energia e la norma H1 (con dimostrazioni).
La condizione di Galerkin. Stime per l'errore della soluzione interpolante.
Stima dell'errore nella norma energia (con dimostrazioni)

Sezione 1.7 (prima parte) [SF]:
Condizioni al bordo miste. Condizioni al bordo non omogenee tutte di Dirichlet.
Condizioni al bordo tutte di Neumann.

Da altro testo:
Stime del condizionamento della matrice di rigidezza e
di quella di massa (con dimostrazioni)

Sezione 2.1 [ESW], Sezione 6.11.3 [S]:
Il metodo dei gradienti coniugati: proprieta' di minimizzazione dell'errore
in norma energia. Stime dell'errore in termini di minimax polinomiale (con dimostrazioni)
Condizioni sufficienti per convergenza in meno di n iterazioni.
Stima lineare dell'errore di CG che coinvolge il numero di condizionamento
della matrice.

Sezione 6.2 [S]:
Polinomio minimo e polinomio minimo rispetto ad un vettore.

Sezione 2.1 [ESW]
CG come metodo di Galerkin e relazione con il metodo di Ritz.
Relazione dell'errore della soluzione con CG nella norma energia dell'operatore:
errore totale^2 = errore di discr^2 + errore algebrico^2.

Sezione 1.7 (seconda parte) [SF]:
Elementi finiti 1D di grado superiore al primo. Proprieta' di convergenza (cenni).

Sezione 1.2 [ESW]:
Il metodo di Ritz per l'equazione di Poisson 2D con condizioni di Neumann e di
Dirichlet.

Sezione 1.3 (solo 2D) [ESW]:
Discretizzazione mediante il metodo di Ritz-Galerkin.

Sezione 1.4 [ESW]:

Triangolazione del dominio. Dettagli implementativi per arrivare al sistema lineare.
Quadrangolazioni. Assemblaggio. Implementazione delle condizioni al bordo.

Sezione 1.5 (fino a sez.1.5.2 esclusa) [ESW]:
Analisi dell'errore FE a priori, in 2D per l'equazione di Poisson con
dati di Dirichlet al bordo: stime ottimali per il gradiente (con dimostrazioni)

Sezione 1.6 [ESW]:
Condizionamento della matrice di stiffness e della matrice di massa 2D
(elementi lineari e bilineari, senza dimostrazioni)

Sezione 2.2 [ESW]:
Il concetto di precondizionamento. Precondizionatore LU incompleto e Cholesky.

Sezione 2.5 (cenni) [ESW]:
Multigrid Algebrico: idea del metodo.

Sezione 6.2 [ESW]:
Equazioni di convezione-diffusione con convezione dominante. Formulazione debole.
Esistenza ed unicita' della soluzione: dimostrazione di coercivita' e continuita'
della forma bilineare, e continuita' della forma lineare.

Sezione 6.3 [ESW]:
Discretizzazione con elementi finiti. Il metodo SUPG. (no bubble functions)

Sezione 6.5 [ESW] (fino a sezione 6.5.1 esclusa):
Proprieta' delle matrici.

Sezione 6.4.1 [ESW]:
Alcuni risultati sulle stime a priori dell'errore (senza dimostrazione)

Sezione 7.1.1 [ESW]:
Metodi di risoluzione: GMRES. Aspetti teorici ed implementativi.
Sezione 6.3.1 [S], Sezione 6.5.1 [S], Sezione 6.5.3 [S}:
La procedura di Arnoldi. L'algoritmo di base di GMRES. Aspetti
implementativi.

Testi usati:

Teoria 1D:
[SF] "An analysis of the Finite Element Method", G. Strang, G. J. Fix, Prentice-Hall Inc, 1973

Teoria 2D:
[ESW] "Finite elements and Fast Iterative solvers", with applications in incompressible
fluid dynamics. H. Elman, D. Silvester and A. Wathen. Oxford Univ. Press, 2014

Aspetti di algebra lineare (oltre a [ESW]):
[S] "Iterative methods for sparse linear systems", Y. Saad, SIAM, 2003.