

Metodi Numerici, a.a. 2011-2012. Progetto Finale. (Stemi)
(J. theor.Biol. (2002) v.215, pp.39–46)

I modelli genericamente descritti da equazioni differenziali del tipo

$$\frac{dN}{dt} = N(f(N) - 1)$$

sono utili nello studio dei meccanismi che portano all'aumento/diminuizione di alcune componenti di "fitness" durante l'aumento/diminuizione della numerosità N di una popolazione (rispettivamente effetti da competizione, e di Allee).

Uno dei modelli più noti per descrivere la numerosità della popolazione nella forma precedente è il modello di Hassel, che considera la seguente funzione di fitness riproduttivo

$$f(N) = \frac{\lambda}{(1 + aN)^b}. \quad (1)$$

Questa scelta di f può essere modificata in modo da includere l'effetto di Allee, per esempio considerando:

$$f_{new}(N) = \lambda \frac{1 - Ae^{-aN/\gamma}}{(1 + aN)^b}$$

Per $A \rightarrow 0$ si ottiene di nuovo f in (1), quindi al crescere di A aumenta l'effetto di Allee. Ma questo effetto si sente meno, man mano che la popolazione cresce. Per γ che cresce aumenta il numero di individui in cui si sente l'effetto di Allee. (si veda discussione a pagina 41, seconda colonna).

Studiare numericamente il modello

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = N(f_{new}(N) - 1), \\ N(0) = 10 \end{cases}$$

con $\lambda = 100, a = 0.005, b = 1.0, A = 1.0, \gamma = 1.0$, per un tempo sufficientemente lungo da superare la fase transiente.

1. Descrivere il metodo usato per la risoluzione numerica del problema differenziale;
2. Studiare la dipendenza della numerosità della popolazione dalla scelta di $A \in [0, 1]$ e $\gamma \in [0, 1]$ (fissare al valore massimo uno dei due parametri e variare l'altro). Confrontare con il modello classico;
3. Determinare le soluzioni di equilibrio (ottenute ponendo $\frac{dN}{dt} = 0$). Descrivere il metodo numerico utilizzato per la risoluzione.