Ip. $\exists$ scalari non tutti nulli $\alpha_1, \dots, \alpha_h$ t.c.

$\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_h v_h = \overline{0}_V$.

Siano $v_1' = \underset{\substack{\neq 0}}{d_1} v_1, \dots, v_h' = d_h v_h$

T. $v_1', \dots, v_h'$ lin. dip.

DIM -

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\gamma_i}$$ sono non tutti nulli

$$\beta_1 v^1_1 + \cdots + \beta_h v^1_h =$$

$$\frac{\alpha_1}{\cancel{\gamma_1}} \cancel{\gamma_1} v_1 + \cdots + \frac{\alpha_h}{\cancel{\gamma_h}} \cancel{\gamma_h} v_h = \overline{O}_V$$

Sono in $\mathbb{RP}^3$. Ho i punti

$A = [(1,2,3,4)]$

$B = [(1,0,1,0)]$

Scrivere in forma cartesiana la retta AB

Impongo

$$rk \begin{pmatrix} x_0 & 1 & 1 \\ x_1 & 2 & 0 \\ x_2 & 3 & 1 \\ x_3 & 4 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} x_0 & 1 & 1 \\ x_1 & 2 & 0 \\ x_2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} x_0 & 1 & 1 \\ x_1 & 2 & 0 \\ x_3 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_0 + 2x_1 - 2x_2 = 0 \\ 4x_1 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$V \xrightarrow{\Phi_{\mathcal{B}}} \mathbb{K}^n$$

base ord

$$(V, \langle , \rangle) \xrightarrow{\Phi_{\mathcal{B}}} (\mathbb{R}^n, \langle , \rangle_{nat})$$

b. orton

$$\mathcal{A} \xrightarrow{\Phi_{\mathcal{R}}} \mathbb{R}^n$$

rif. affine

sp. affin

$$\mathcal{E} \xrightarrow{\Phi} \mathbb{R}^n$$

rif cart

sp. eucl.

$$\mathcal{P} \xrightarrow{\Phi_{\mathcal{R}}} \mathbb{KP}^n$$

?

In una retta proiettiva $\mathcal{P}$, rispetto a un fissato riferimento proiettivo $\mathcal{R}$, siano

$A_0 \equiv (1, 1)$, $A_1 \equiv (1, 3)$, $U \equiv (5, 6)$

a) Si verifichi che $\mathcal{R}' = (A_0, A_1, U)$ è un riferimento proiettivo

b) Si trovi una base di $\mathbb{R}^2$ normalizzata rispetto ad $\mathcal{R}'$

c) Se, rispetto ad $\mathcal{R}$, $Q \equiv (10, -20)$, se ne trovino le coordinate rispetto ad $\mathcal{R}'$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \neq 0$

✓ Rif pro

---

b) Cerco α, β per cui

$\alpha(1,1) + \beta(1,3) \sim (5,6)$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 5 \\ \alpha + 3\beta = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha + \beta = 5 \\ 2\beta = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{9}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \end{cases}$$ Invece uso $(\alpha, \beta) = (9, 1)$

Base normalizzata:

$$B' = \left((9, 9), (1, 3) \right)$$

---

c) Scompongo $(10, -20)$ rispetto a B'.

Cerco x, y t.c.

$$x(9,9) + y(1,3) = (10,-20)$$

$$\begin{cases} 9x + y = 10 \\ 9x + 3y = -20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + y = 10 \\ 2y = -30 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{10+15}{9} = \dfrac{25}{9} \\ y = -15 \end{cases}$$

$$Q = \alpha\left(\frac{25}{9}, -15\right) \sim (25, -135) \sim (5, -27)$$