

Classificazione delle quadriche di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$

$\text{Rango } \sigma = 1$
 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ Im: $X_0 = 0$
 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ un piano
"contatto 2 volte"
W: $X_0 = 0$ lo stesso piano

$\text{Rango } \sigma = 2$
 $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ Im: $X_0^2 + X_1^2 = 0$
una retta

$$\begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_1 \left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = 0 \end{array} \right\}$$

la stessa retta

$$(1,1) \quad \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Im} \cdot X_0^2 - X_1^2 = 0$$

$$(X_0 + X_1)(X_0 - X_1) = 0$$

unione di 2 piani

$$W_1 \left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ -X_1 = 0 \end{array} \right\} \quad \text{la retta intersezione dei 2 piani}$$

$$\text{Rango } \sigma_0 = 3$$

$$(3, 0) \quad (0, 3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_1 \left\{ \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = 0 \\ X_2 = 0 \end{array} \right.$$

cono immaginario

$$\text{Im} | X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 = 0$$

un punto

lo stesso punto

$$(2, 1) \quad (1, 2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

cono reale

$$\text{Im} | X_0^2 + X_1^2 - X_2^2 = 0$$

non contiene
piani, è unione
di ∞ rette
generatrici

$$W_1 \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 0 \\ -x_2 = 0 \end{cases}$$

passanti per
un punto

quel punto

$$\text{Rango} = 4$$

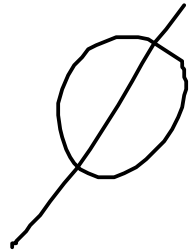
quadrica vuota e
immaginaria

$$(4, 0) \quad (0, 4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

$$W_1 \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$I_m: x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$$



$(3,1)$ $(1,3)$ quadrica ellittica

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ Im $X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 - X_3^2 = 0$

non contiene piani
non contiene rette
contiene ∞ punti

$W = \emptyset$

$(2,2)$ quadrica iperbolica

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ Im $X_0^2 + X_1^2 - X_2^2 - X_3^2 = 0$

contiene ∞ punti
non contiene piani

per ogni punto passano
2 rette contenute nell'immagine

generatrici

$W : \emptyset$