$$S:\begin{cases} a^1_1 x_1 + \dots + a^1_n x_n = 0 \\ \dots \\ a^{n-1}_1 x_1 + \dots + a^{n-1}_n x_n = 0 \end{cases} \quad r = n-1$$

La generica soluzione è

$$\alpha\left(|M_1|, -|M_2|, +|M_3|, \dots, (-1)^{n-1}|M_n|\right)$$

dove M_j è il minore ottenuto dalla matrice incompleta A cancellando la j-esima colonna

---

DIM -

$$A' = \begin{pmatrix} a^i_1 & a^i_2 & \dots & a^i_n \\ a^1_1 & a^1_2 & \dots & a^1_n \\ \\ a^{n-1}_1 & a^{n-1}_2 & \dots & a^{n-1}_n \end{pmatrix}$$

$$0 = \det A' = a^i_1 |M_1| + a^i_2\left(-|M_2|\right) + \dots$$

PROBL

$\mathcal{A}^3 \quad r: \begin{cases} 2x + y - z - 2 = 0 \\ x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases}$

$P \equiv (1, 2, 3)$

Trovare il piano Π per r e P.

Generico piano per r:

$\alpha(2x + y - z - 2) + \beta(x - 3y + z + 1) = 0$

Impongo passaggio per P:

$\alpha(2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 - 1 \cdot 3 - 2) + \beta(1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1) = 0$

$\alpha(2 + 2 - 3 - 2) + \beta(1 - 6 + 3 + 1) = 0$

$-\alpha - \beta = 0 \quad (\alpha, \beta) \sim (1, -1)$

$1(2x + y - z - 2) + (-1)(x - 3y + z + 1) = 0$

$\Pi: \boxed{x + 4y - 2z - 3 = 0}$

$$k = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$(2x + y - z - 2) + k(x - 3y + z + 1) = 0$$

$(1, 2, 3)$

$$(2 + 2 - 3 - 2) + k(1 - 6 + 3 + 1) = 0$$

$$-1 - k = 0 \qquad k = -1$$

$$+\cancel{\infty} + 1 = +\infty = +\cancel{\infty} + 2$$

$$\Downarrow$$

$$1 = 2$$

$A^3 \quad r: \begin{cases} 2x + y - z - 2 = 0 \\ x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases}$

$s: \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -5t \\ z = 2t + 4 \end{cases}$ $(l, m, n) \sim (3, -5, 2)$

Trovare il piano π' passante per r e $\parallel s$.

Generico piano per r:

$$\alpha(2x + y - z - 2) + \beta(x - 3y + z + 1) = 0$$

$$(2\alpha+\beta)x+(\alpha-3\beta)y+(-\alpha+\beta)z-2\alpha+\beta=0$$

$a \quad b \quad c$

$$s \parallel \pi' \iff 3(2\alpha+\beta)-5(\alpha-3\beta)+2(-\alpha+\beta)=0$$

$$-\alpha+20\beta=0$$

$$\alpha=20\beta \qquad \text{scelgo } \beta=1$$

$$\alpha=20$$

$$\pi' : \boxed{41x+17y-19z-39=0}$$