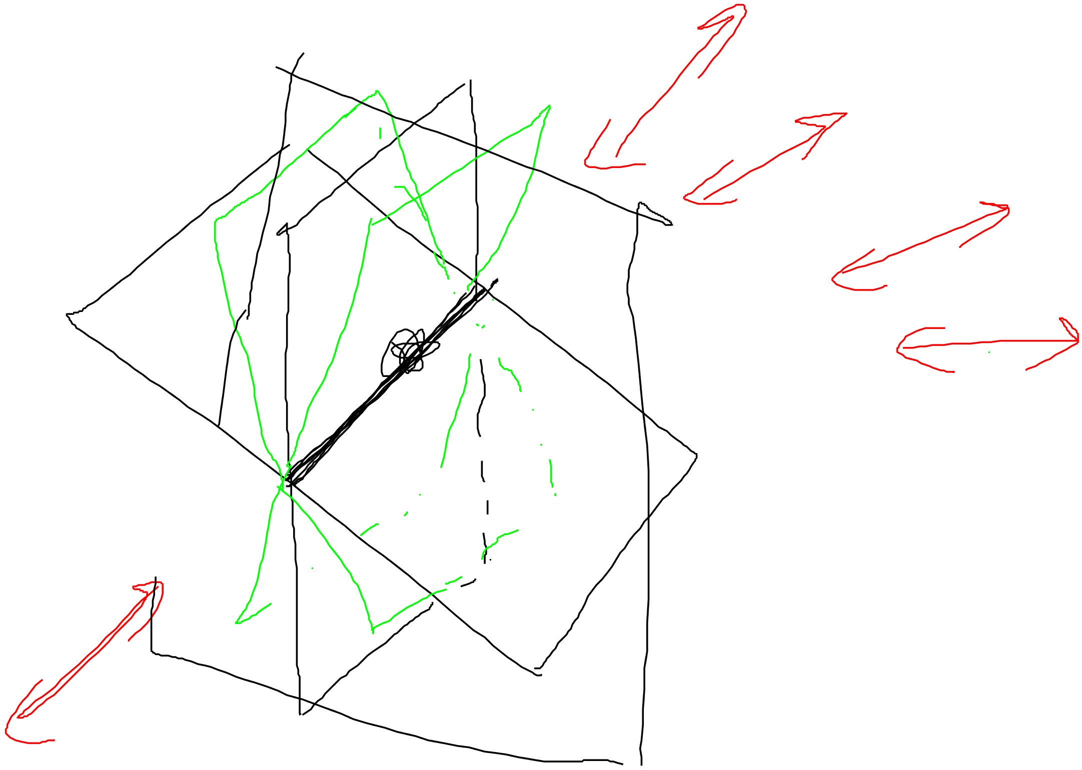

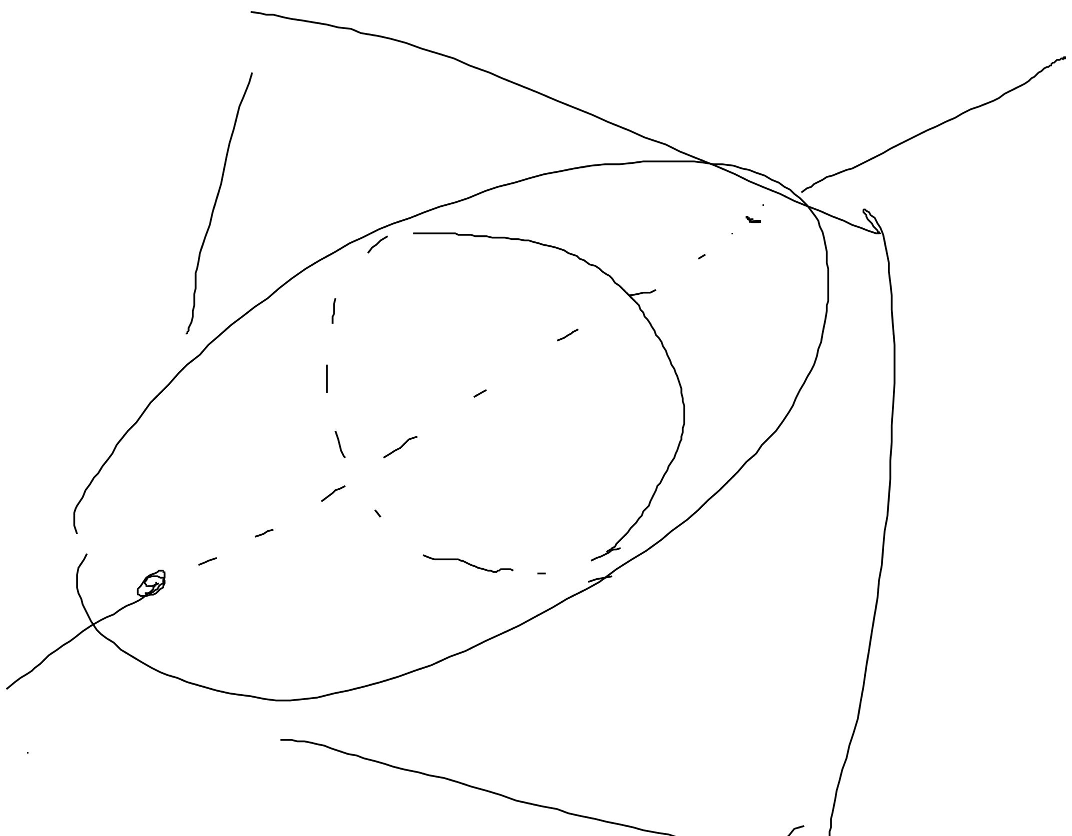

$\tau(P): {}^t(\overline{X})A(X)=0 \qquad P=(\overline{X})$

$\tau(Q): {}^t(\overline{Y})A(X)=0 \qquad Q\equiv(\overline{Y})$

$\tau(R): {}^t(\overline{Z})A(X)=0$

R sulla retta PQ

$R\equiv(\overline{Z})$

dove

$$(\overline{Z})=\lambda(\overline{X})+\mu(\overline{Y})$$

$${}^t\left(\overline{\lambda}(\overline{X})+\overline{\mu}(\overline{Y})\right)\cdot A\cdot(X)=0$$

$$\tau(R):\ \overline{\lambda}\cdot{}^t(\overline{X})\cdot A\cdot(X)+$$
$$+\overline{\mu}\,{}^t(\overline{Y})\cdot A\cdot(X)=0$$

Perciò l'iperpiano $\tau(R)$ passa per l'intersezione ($(n-2)$-dimensionale) di $\tau(P)$ e $\tau(Q)$.

Cioè punti apparte-
nenti a una stessa
retta hanno iperpia-
ni polari apparte-
nenti allo stesso fascio.

Trovare gli assi di

$$x^2+6xy-6x-24y+1=0$$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & -12 \\ -3 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

M_{00}

$$\begin{vmatrix} (t-1) & -3 \\ -3 & t \end{vmatrix} = t^2-t-9 = \left(t-\frac{1+\sqrt{37}}{2}\right)\left(t-\frac{1-\sqrt{37}}{2}\right)$$

$$t=\frac{1\pm\sqrt{1+36}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$$

$$t = \frac{1+\sqrt{37}}{2}$$

$$\begin{pmatrix} \cancel{\frac{\sqrt{37}-1}{2}} & \cancel{-3} \\ -3 & \frac{1+\sqrt{37}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cancel{0} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V_{\frac{1+\sqrt{37}}{2}} : -3l + \frac{1+\sqrt{37}}{2} m = 0$$

Base: $\left\{ \left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}, 3 \right) \right\}$

$(1+\sqrt{37}, 6)$

$(0, (1+\sqrt{37}), 6)$ è il polo di un asse

$$a_1 : (0 \ (1+\sqrt{37}) \ 6) \begin{pmatrix} 1 & -3 & -12 \\ -3 & 1 & 3 \\ -12 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$(-3 - 3\sqrt{37} - 72) + (1 + \sqrt{37} + 18)x + (3 + 3\sqrt{37})y = 0$$

$$(-3\sqrt{37} - 75) + (19 + \sqrt{37})x + (3 + 3\sqrt{37})y = 0$$

$$t = \frac{1-\sqrt{37}}{2}$$

$$U_{\frac{1-\sqrt{37}}{2}} : -3l + \frac{1-\sqrt{37}}{2} m = 0$$

Base : $\left\{ \left(\frac{1-\sqrt{37}}{2}, 3 \right) \right\}$

$(1-\sqrt{37}, 6)$

$(0, 1-\sqrt{37}, 6)$ è polo dell'altro asse

a_2 : $\dfrac{(+3\sqrt{37}-75) + (19-\sqrt{37})x + (3-3\sqrt{37})y = 0}{}$

Trovare l'asse della parabola

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 6y - 1 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & \boxed{\begin{matrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

M_{00}

$$\begin{vmatrix} (t-1) & 2 \\ 2 & (t-4) \end{vmatrix} = t^2 - 5t + \cancel{4} - \cancel{4} =$$

$$= t\,(t-5)$$

$t = 5$

$$U_5 : \begin{pmatrix} \cancel{4} & \cancel{2} \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cancel{0} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2l + m = 0$$

Base: $\{(1, -2)\}$

$(0, 1, -2)$ è polo dell'asse

$$a : (0 \; 1 \; -2) \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$6 + 5x - 10y = 0$$

Alternativamente [solo

per le parabole):

$$\begin{cases} x^2-4xy+4y^2-\cancel{6yt}-\cancel{t^2}=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-4xy+4y^2=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2y)^2=0 \\ t=0 \end{cases}$$

Punto improprio della parabola: $(0,2,1)$

So che questo è il punto improprio di tutti i diametri (per il Teor. di reciprocità), perciò anche dell'asse.

Ma allora la direzione coniugata all'asse è quella ortogonale alla direzione rappresentata da $(0,2,1)$, cioè $(0,1,-2)$, da cui l'asse come polare di questo punto.