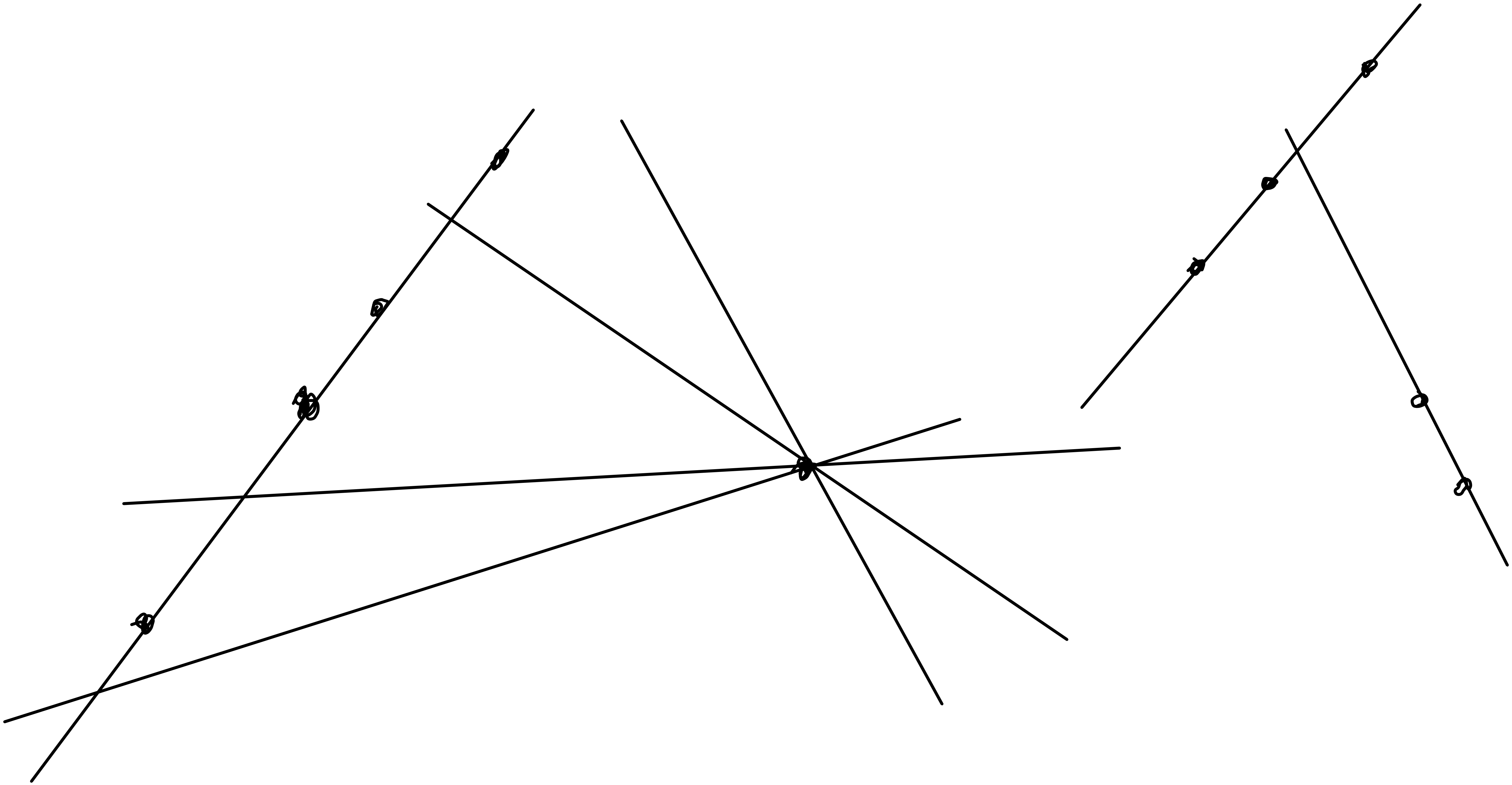
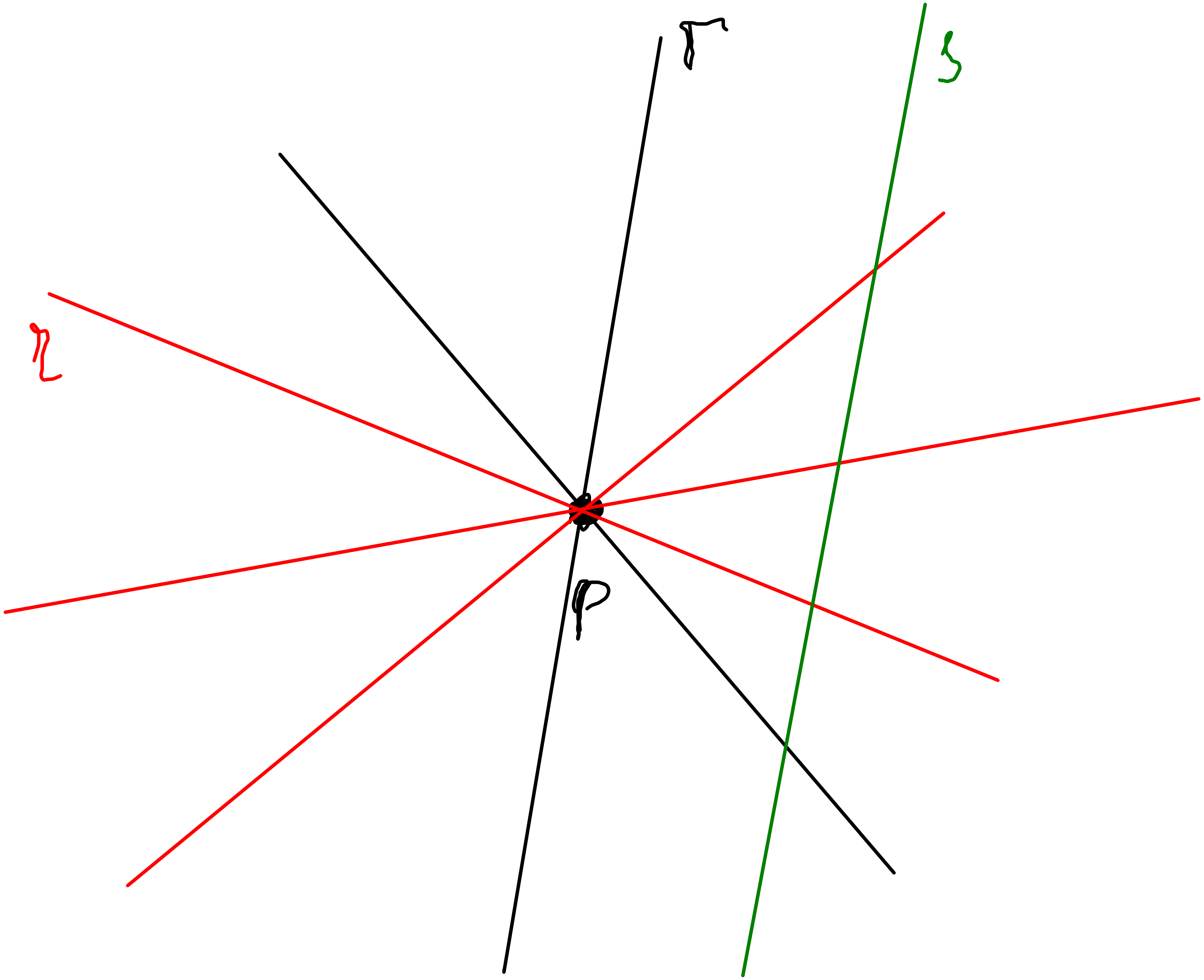
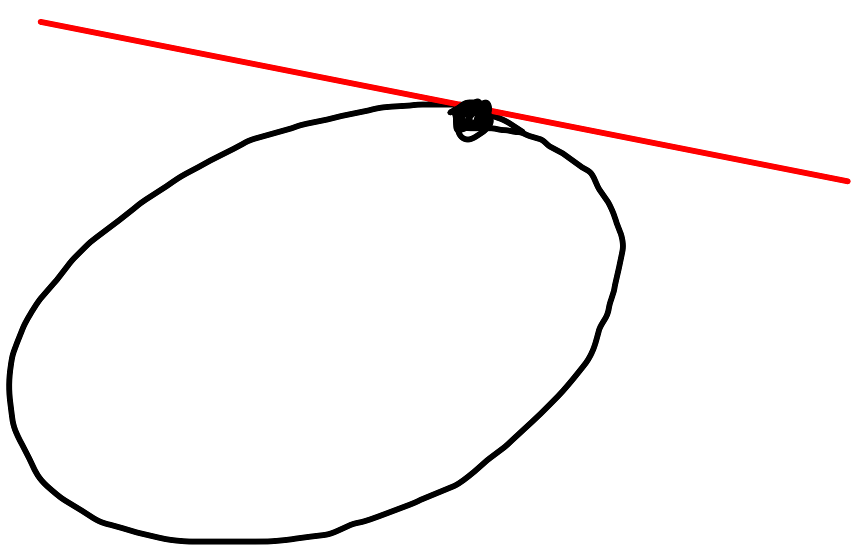
$$a_{00} + 2a_{01}x + 2a_{02}y + a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 = 0$$




Γ
P



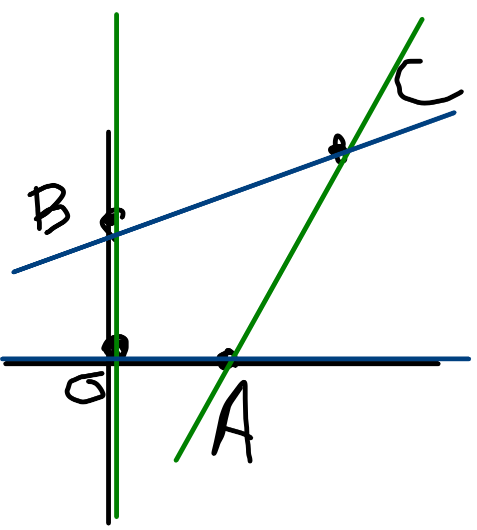
Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche per:

$A \equiv (1,0) \quad B \equiv (0,1) \quad O \equiv (0,0) \quad C \equiv (2,2)$

Scelgo $\Gamma_1 = OB \cup AC \quad \Gamma_2 = OA \cup BC$

$OB : x = 0 \quad AC : \frac{x-1}{2-1} = \frac{y-0}{2-0} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} \quad y - 2x + 2 = 0$

$OA : y = 0 \quad BC : \frac{x-0}{2-0} = \frac{y-1}{2-1} \quad \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} \quad x - 2y + 2 = 0$



$\Gamma_1 : x(y-2x+2) = 0 \qquad \Gamma_2 : y(x-2y+2) = 0$

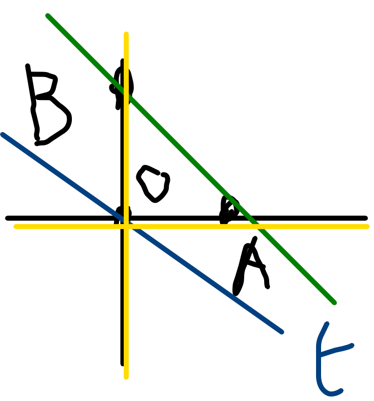
$$\boxed{\mathcal{F} : \alpha x(y-2x+2) + \beta y(x-2y+2) = 0}$$

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche per $A \equiv (1,0)$, $B \equiv (0,1)$ e tangenti in $O \equiv (0,0)$ alla retta $t: x+3y=0$

$\Gamma_1 = t \cup AB \qquad \Gamma_2 = OA \cup OB$

$AB: \dfrac{x-1}{0-1} = \dfrac{y-0}{1-0} \qquad -x+1=y \qquad y+x-1=0$

$\Gamma_1: (x+3y)(y+x-1) \qquad \Gamma_2: xy=0$



$\mathcal{F}: \alpha(x+3y)(y+x-1)+\beta xy=0$

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche tangenti in O a $t: x+3y=0$ e tangenti in $A=(1,0)$ a $t': x=1$

$\Gamma_1 = t \cup t'$ $\quad\quad$ Γ_2: OA contata 2 volte

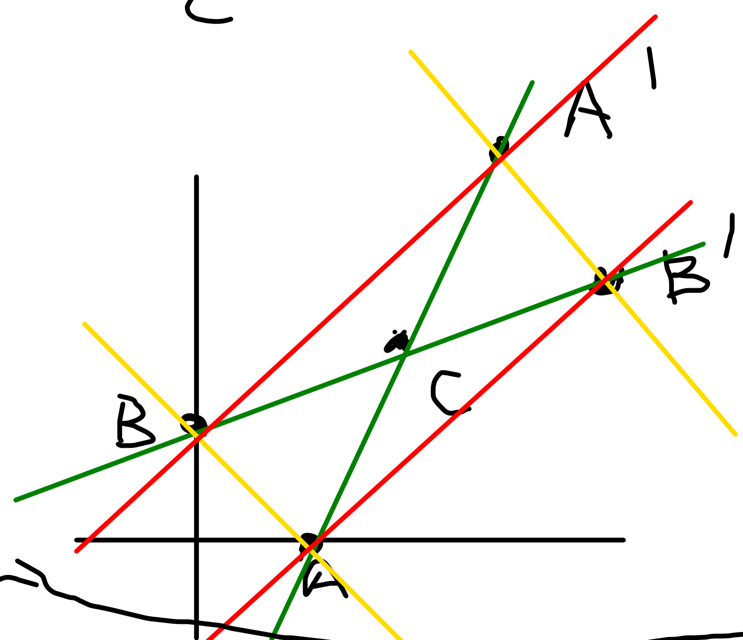
$\Gamma_1: (x+3y)(x-1)=0$ $\quad\quad$ $\Gamma_2: y^2=0$

$$\mathcal{F}: \alpha(x+3y)(x-1)+\beta y^2=0$$

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche aventi centro $C \equiv (2,2)$, passanti per $A \equiv (1,0)$ e $B \equiv (0,1)$

$\dfrac{A + A'}{2} = C \qquad \dfrac{(1,0) + (x_{A'}, y_{A'})}{2} = (2,2) \qquad (x_{A'}, y_{A'}) = (4,4) - (1,0) =$
$= (3,4)$

$\dfrac{B + B'}{2} = C \qquad \dfrac{(0,1) + (x_{B'}, y_{B'})}{2} = (2,2) \qquad (x_{B'}, y_{B'}) = (4,4) - (0,1) =$
$= (4,3)$



$\Gamma_1 = AA' \cup BB' \qquad \Gamma_2 = AB \cup A'B'$

$AA': \quad \dfrac{x-1}{3-1} = \dfrac{y-0}{4-0} \qquad \dfrac{x-1}{\cancel{2}} = \dfrac{y}{\cancel{4}\,2} \qquad y - 2x + 2 = 0$

$BB': \quad \dfrac{x-0}{4-0} = \dfrac{y-1}{3-1} \qquad \dfrac{x}{4} = \dfrac{y-1}{2} \qquad x - 2y + 2 = 0$

$AB: \quad \dfrac{x-1}{0-1} = \dfrac{y-0}{1-0} \qquad \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y}{1} \qquad y + x - 1 = 0$

$A'B': \quad \dfrac{x-3}{4-3} = \dfrac{y-4}{3-4} \qquad \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{-1} \qquad x - 3 + y - 4 = 0$
$x + y - 7 = 0$

$\mathcal{F}: \alpha (y - 2x + 2)(x - 2y + 2) + \beta (y + x - 1)(x + y - 7) = 0$

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di parabole aventi asse $a: x+2y=0$ e passanti per $A\equiv(1,0)$

$\boxed{\mathcal{F}: \alpha(x+2y-1)(x+2y+1)+\beta(-2x+y+2)=0}$

$\boxed{\mathcal{F}: \alpha(X_1+2X_2-X_0)(X_1+2X_2+X_0)+\beta(-2X_1+X_2+2X_0)X_0=0}$

$A_\infty\equiv(0,2,-1)$ è pto di tangenza con la retta impropria r_∞

pto improprio di a

le coniche del fascio devono passare per A' simmetrico di A rispetto ad a.

Trovo r per A, $\perp a$

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-0}{2}\qquad r: y-2x+2=0$$

AA': $-2X_1+X_2+2X_0=0$

$a: x+2y=0$

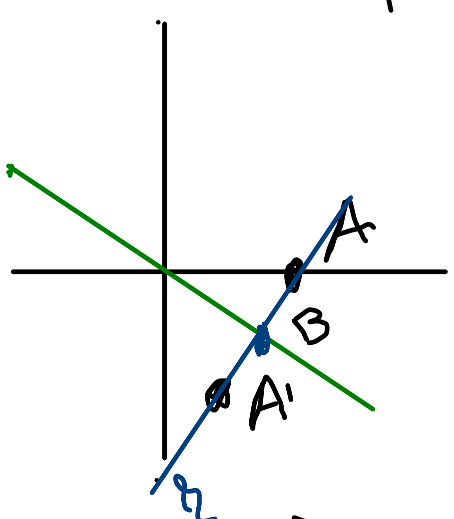
$$\begin{cases}x+2y=0\\-2x+y=-2\end{cases}\qquad\begin{cases}x+2y=0\\5y=-2\end{cases}\qquad B\begin{cases}x=\frac{4}{5}\\y=-\frac{2}{5}\end{cases}$$

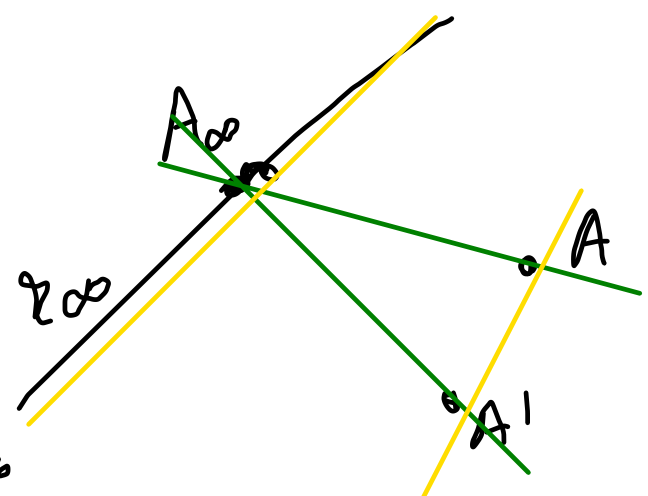
$$\frac{A+A'}{2}=B\qquad\frac{(1,0)+(x_{A'},y_{A'})}{2}=\left(\frac{4}{5},-\frac{2}{5}\right)$$

$$(x_{A'},y_{A'})=\left(\frac{8}{5},-\frac{4}{5}\right)-(1,0)=\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$$

AA_∞: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-0}{-1}$ $\quad x+2y-1=0\quad X_1+2X_2-X_0=0$

$A'A_\infty$: $\frac{x-\frac{3}{5}}{2}=\frac{y+\frac{4}{5}}{-1}$ $\quad x+2y+1=0\quad X_1+2X_2+X_0=0$





$\Gamma_1 = AA'\cup r_\infty$

$\Gamma_2 = AA_\infty\cup A'A_\infty$

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di iperboli aventi asintoti
$r: x+y=0$, $s: x-2y+1=0$

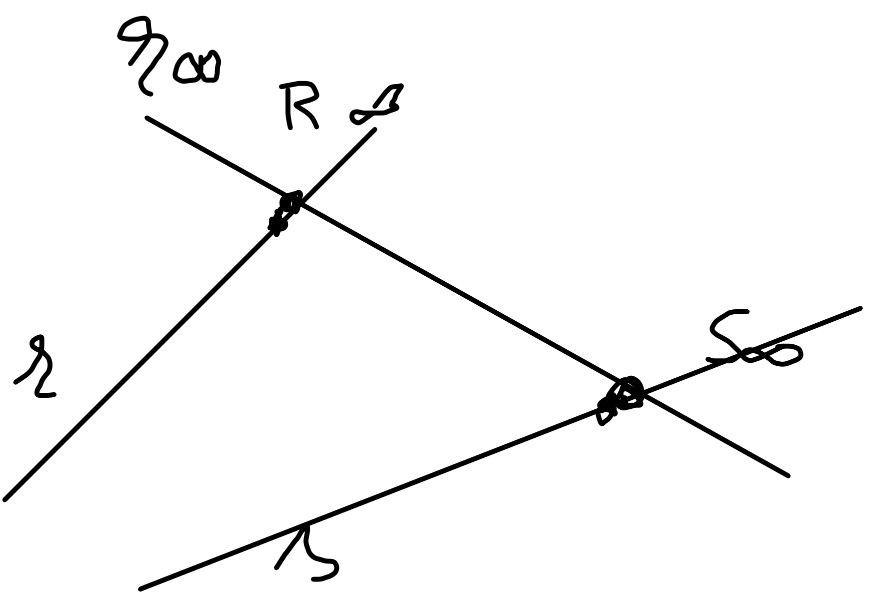
$R_\infty \equiv (0,1,-1)$ $\quad S_\infty \equiv (0,2,1)$

$\Gamma_1 = r \cup s$ $\quad \Gamma_2 = r_\infty$ contata 2 volte

$\Gamma_1 : (X_1+X_2)(X_1-2X_2+X_0)=0$ $\quad \Gamma_2 : X_0^2=0$

$$\mathcal{F} : \alpha(X_1+X_2)(X_1-2X_2+X_0)+\beta X_0^2=0$$

$$\mathcal{F} : \alpha(x+y)(x-2y+1)+\beta=0$$



Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di iperboli aventi la retta $r: x+y=0$ come asintoto, l'altro asintoto parallelo alla retta $s: x-2y+1=0$ e passanti per $D \equiv (4,0)$.

Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche passanti per i punti d'intersezione fra $\Gamma: x^2-4y^2-4=0$ e le rette $r: x-y-1=0$ ed $s: y-2x=0$

Il punto del piano proiettivo $P \equiv (i, 3i, -6i)$ è reale perché esprimibile anche come $P \equiv (1, 3, -6)$

E' immaginario $Q \equiv (i, 3, -6i)$

Dato un oggetto rappresentabile con coefficienti o coordinate in $\mathbb{C}$, il suo coniugato è l'analogo oggetto in cui ho sostituito ogni coefficiente o coordinata col suo numero complesso coniugato.

Esempio: il coniugato di $Q \equiv (i, 3, -6i)$ è $\overline{Q} \equiv (-i, 3, 6i)$

la coniugata di $r: x - 2iy + 5 = 0$ è $\overline{r}: x + 2iy + 5 = 0$

Ogni elemento reale è coniugato di se stesso

DIM - Sia $r: (a+ib)x+(c+id)y+e+if=0$ una retta immaginaria. Allora $\bar{r} \neq r$. $\bar{r}: (a-ib)x+(c-id)y+e-if=0$

Interseco:

$$r \cap \bar{r}: \begin{cases} (a+ib)x+(c+id)y+e+if=0 \\ (a-ib)x+(c-id)y+e-if=0 \end{cases}$$

sistema equivalente a $\begin{cases} \text{somma}=0 \\ \text{differenza}=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2ax+2cy+2e=0 \\ 2ibx+2idy+2if=0 \end{cases}$$ equivalente a: $\begin{cases} ax+cy+e=0 \\ bx+dy+f=0 \end{cases}$

rette reali: s'intersecano in un punto reale, che quindi $\in r, \in \bar{r}$

Un solo punto reale in r, altrimenti, se ne avesse più di uno, sarebbe una retta reale

La generica circonferenza ha equazione:

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

$$\begin{cases} X_1^2+X_2^2+\cancel{aX_1X_0}+\cancel{bX_2X_0}+\cancel{cX_0^2}=0 \\ X_0=0 \end{cases}$$

interseco con r_∞

$$\begin{cases} -X_1^2=+X_2^2 \\ X_0=0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (0,1,i) \\ (0,1,-i) \end{matrix}$$

Generica sfera: $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$

$$\begin{cases} X_1^2+X_2^2+X_3^2+\cancel{aX_1X_0}+\cancel{bX_2X_0}+\cancel{cX_3X_0}+\cancel{dX_0^2}=0 \\ X_0=0 \end{cases}$$

$$x^2+y^2+1=0$$

$$x^2+y^2=0$$