Trovare il discriminante di :

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$ $\qquad f'(x) = 3x^2 - 10x + 8$

$$\varphi(x) = 3f(x) - x f'(x) = 3x^3 - 15x^2 + 24x - 12 +$$
$$-3x^3 + 10x^2 - 8x$$
$$// \quad -5x^2 + 16x - 12$$

$$\begin{array}{l|l}
3x^2 - 10x + 8 & -5x^2 + 16x - 12 \\ \hline
-3x^2 + \frac{48}{5}x - \frac{36}{5} & -\frac{3}{5} \\ \hline
// \quad -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5} &
\end{array}$$

$$-x + 2$$

$$\begin{array}{l|l}
-5x^2 + 16x - 12 & -x + 2 \\ \hline
+5x^2 - 10x & 5x - 6 \\ \hline
// \quad 6x - 12 & \\
-6x + 12 & \\ \hline
// &
\end{array}$$

$ax^2+bx+c=0$ $\qquad f'(x)=2ax+b \leftarrow$

$f(x)=$

$$g(x)=2f(x)-xf'(x)=2ax^2+2bx+2c+$$

$$-2ax^2-bx$$

$$= \quad bx+2c \leftarrow$$

$$\begin{vmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{vmatrix} = 4ac-b^2$$

$$\begin{vmatrix} b & 2c \\ 2a & b \end{vmatrix} = b^2-4ac$$

$f(x,y)$ è detta omogenea di grado n di omogeneità se $\forall t \in \mathbb{R}$ vale $f(tx,ty) = t^n f(x,y)$.

$C : f(x,y) = 0$ $\quad f$ omogenea

$O \equiv (0,0) \in C$; infatti $f(0,0) = f(t0,t0) = t^n f(0,0)$ $\forall t \in \mathbb{R}$

perciò $t^n f(0,0) - f(0,0) = 0$ è un'identità in t

dunque i coefficienti di t^n e di t^0 sono nulli:

$f(0,0) = 0$.

Sia $\bar{P} \equiv (\bar{x}, \bar{y}) \neq (0,0)$ $\quad \bar{P} \in C$, cioè $f(\bar{x}, \bar{y}) = 0$

Sia $P_t \equiv (t\bar{x}, t\bar{y})$ il generico punto della retta $O\bar{P}$.

$f(t\bar{x}, t\bar{y}) = t^n f(\bar{x}, \bar{y}) = t^n \cdot 0 = 0$, perciò $P_t \in C$

Scrivere in forma cartesiana la curva

$$C: \begin{cases} x - a = 0 \\ -y + ax^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & x \\ x^2 & -y \end{vmatrix} = 0$$

$$y - x^3 = 0$$

Scrivere in forma cartesiana la curva $C: \begin{cases} -by+ax^2=0 \\ -by+ax^3=0 \end{cases}$

$\begin{vmatrix} x^2 & -y \\ x^3 & -y \end{vmatrix} = 0 \quad -x^2y \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ x & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad -x^2y(1-x)=0$

$x^2y(x-1)=0$

$$\begin{array}{l|l} ax^3-y & ax^2-y \\ \hline -ax^3+xy & x \\ \hline // \quad xy-y & \\ y(x-1) & \end{array}$$

$\begin{cases} -ky+x^2=0 \\ -ky+x^3=0 \end{cases}$

$$\begin{array}{l|l} -ky+x^3 & -ky+x^2 \\ \hline +ky-x^2 & 1 \\ \hline // \quad x^3-x^2 & \\ x^2(x-1) & \end{array}$$

$\begin{vmatrix} -y & x^2 \\ -y & x^3 \end{vmatrix} = 0$

$-yx^3+yx^2=0$

$-x^2y(x-1)=0$

$C: \; y = f(x) \qquad P \equiv (x_0, y_0)$

$t: \; y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \qquad \dfrac{x - x_0}{1} = \dfrac{y - y_0}{f'(x_0)}$

$(l, m) \sim (1, f'(x_0))$

$n: \; 1(x - x_0) + f'(x_0)(y - y_0) = 0$

$C: \; f(x, y) = 0 \qquad P \equiv (x_0, y_0) \in C \qquad f(x_0, y_0) = 0 \qquad f'_y(x_0, y_0) \neq 0$

$\exists$ intorno di P in cui C ha forma cartesiana esplicita

$y = F(x) \qquad t: \; y - y_0 = F'(x_0)(x - x_0) \qquad y - y_0 = -\dfrac{f'_x(x_0, y_0)}{f'_y(x_0, y_0)}(x - x_0)$

$y_0 = F(x_0)$ in P

$f'_y(x_0, y_0)(y - y_0) = -f'_x(x_0, y_0)(x - x_0)$