Verificare che la quadrica di eq.

$$3x^2+2y^2+2z^2+2yz+6y+6z-1=0$$

è di rotazione e trovarne il sottospazio di rotazione.

$$A=\begin{pmatrix}-1&0&3&3\\0&\boxed{\begin{matrix}3&0&0\\0&2&1\\0&1&2\end{matrix}}\\3&&&\\3&&&\end{pmatrix}\quad M_0$$

$$\det\begin{pmatrix}(\lambda-3)&0&0\\0&(\lambda-2)&-1\\0&-1&(\lambda-2)\end{pmatrix}=(\lambda-3)(\lambda^2-4\lambda+4-1)=$$

$$=(\lambda-3)(\lambda^2-4\lambda+3)=$$

$$=(\lambda-3)^2(\lambda-1)$$

$$\lambda=2\pm\sqrt{4-3}=\begin{cases}3\\1\end{cases}$$

autovalori	ma	mg
3	2	2
1	1	1

rotaz.

Autospazio U_3: $\begin{pmatrix}\cancel{0\ 0\ 0}\\0&1&-1\\\cancel{0\ -1\ 1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}l\\m\\n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cancel{0}\\0\\\cancel{0}\end{pmatrix}$ $\quad m-n=0\quad U_2=\{(\alpha,\beta,\beta)\mid\alpha,\beta\in\mathbb{R}\}$

Base di U_2: $\{(1,0,0),(0,1,1)\}$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&0&3&3\\0&3&0&0\\3&0&2&1\\3&0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\x\\y\\z\end{pmatrix}=0$$

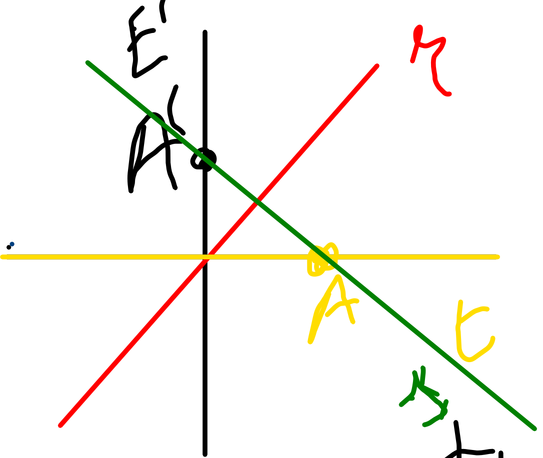
asse di rot.

$$3x=0$$

$$6+3y+3z=0$$

Dati $A \equiv (1,0)$, $t: y=0$, $r: y=x$

trovare il fascio di coniche tangenti in A a t e aventi r come asse



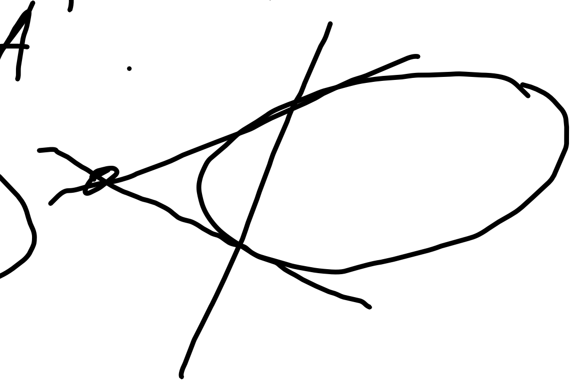
$t': x=0$ è tang. in $A' \equiv (0,1)$ (simm. di A rispetto a r) a tutte le coniche del fascio.

Perché? Sia P il polo della retta $s = AA'$ (che abbiamo costruito come retta per A, $\perp r$). Sia S_∞ il punto improprio della retta s. La polare di P (cioè s) passa per S_∞, perciò la polare di S_∞ passa per P. Ma la polare di S_∞ (per definizione di asse) è r. Perciò $P \in r$. Ma P è anche l'intersezione delle tangenti in A e in A'. Perciò $P = t \cap r$. Trovo P in questo modo (qui $P = O$) e trovo t' congiungendo P con A'.

$\Gamma_1 = t \cup t'$

$\Gamma_2 = s$ cont. 2 volte

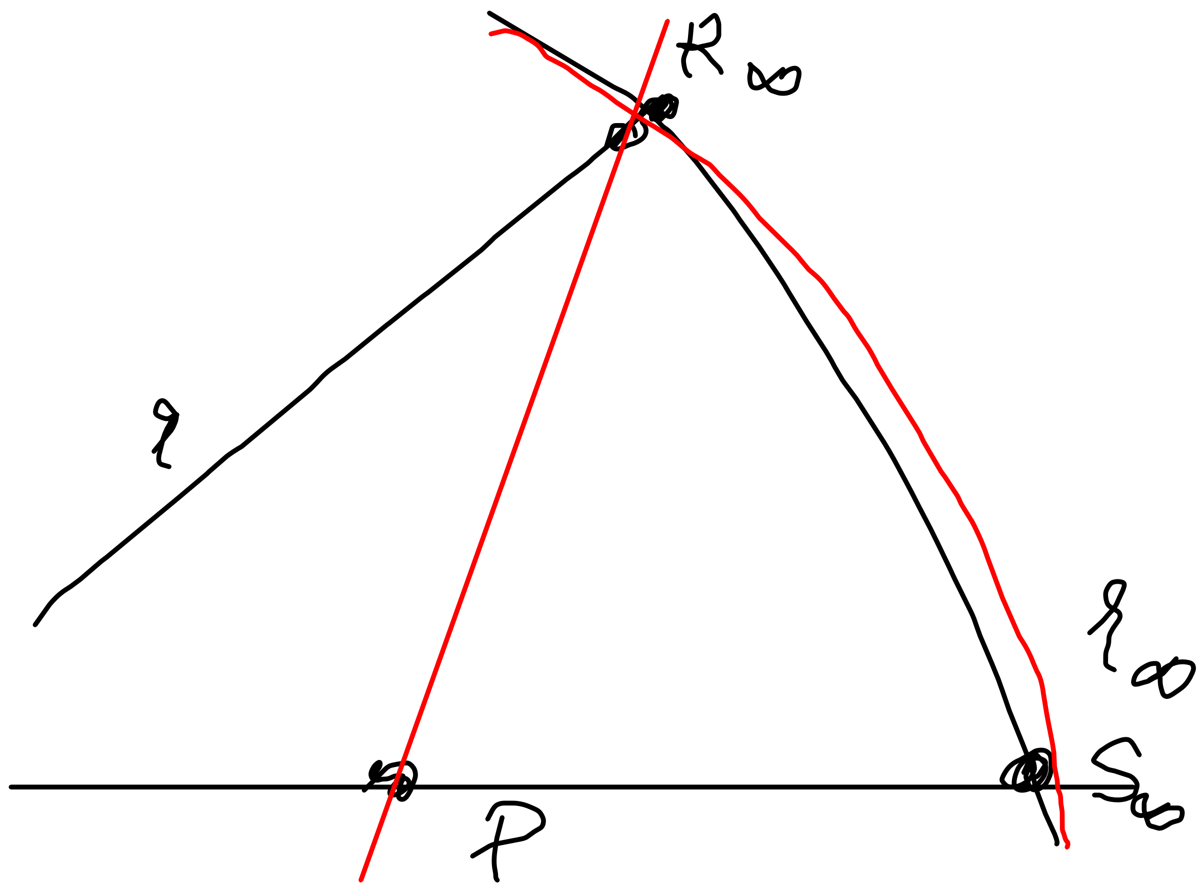
$$\mathcal{F}: \lambda xy + \mu(x+y-1)^2 = 0$$



Date $r: y=x$, $s: y=0$,
dato $P\equiv(2,1)$, si trovi il fascio di iperboli passanti per P, aventi r come asintoto e l'altro asintoto parallelo ad s.

$\Gamma_1 = r \cup PS_\infty$

$\Gamma_2 = PR_\infty \cup r_\infty$



Es. 2 Trovare la parabola P tale che

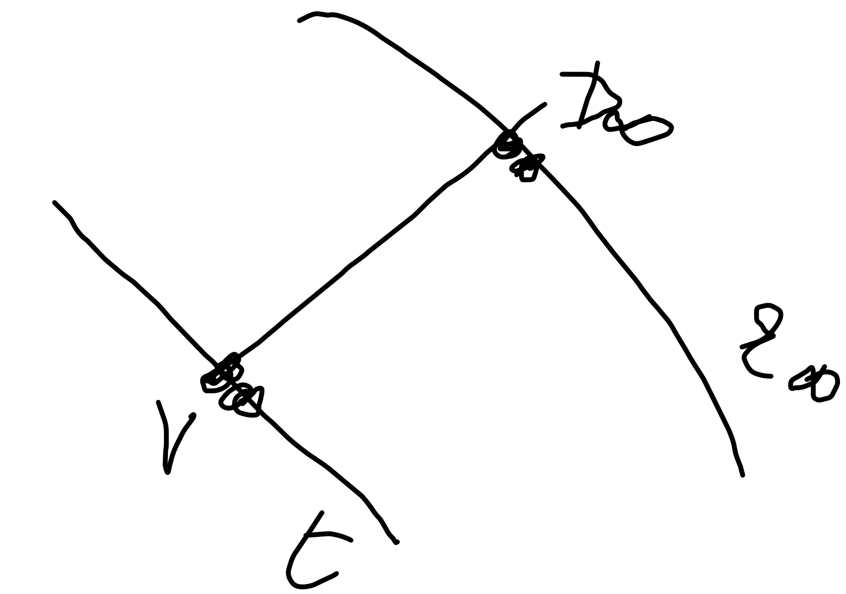
1) $V \equiv (0,1)$ vertice, 2) $d: y=2x-2$ diametro, 3) d polare di X_∞

Trovo il fascio $\mathcal{F}$ di parabole che rispettino 1) e 2)

Il centro comune è $D_\infty \equiv (0,1,2)$

VD_∞ è l'asse comune

t, retta per V, $\perp VD_\infty$, è tangente in V, comune a tutte le coniche di $\mathcal{F}$



$\Gamma_1 = t \cup r_\infty$ $\quad \Gamma_2 = VD_\infty$ contata 2 volte

$$x^2+y^2+2ax+2by+c=0$$

$$\begin{cases} X_1^2+X_2^2+2a\cancel{X_1X_0}+2b\cancel{X_2X_0}+\cancel{cX_0^2}=0 \\ X_0=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^2=-x_2^2 \\ x_0=0 \end{cases}$$

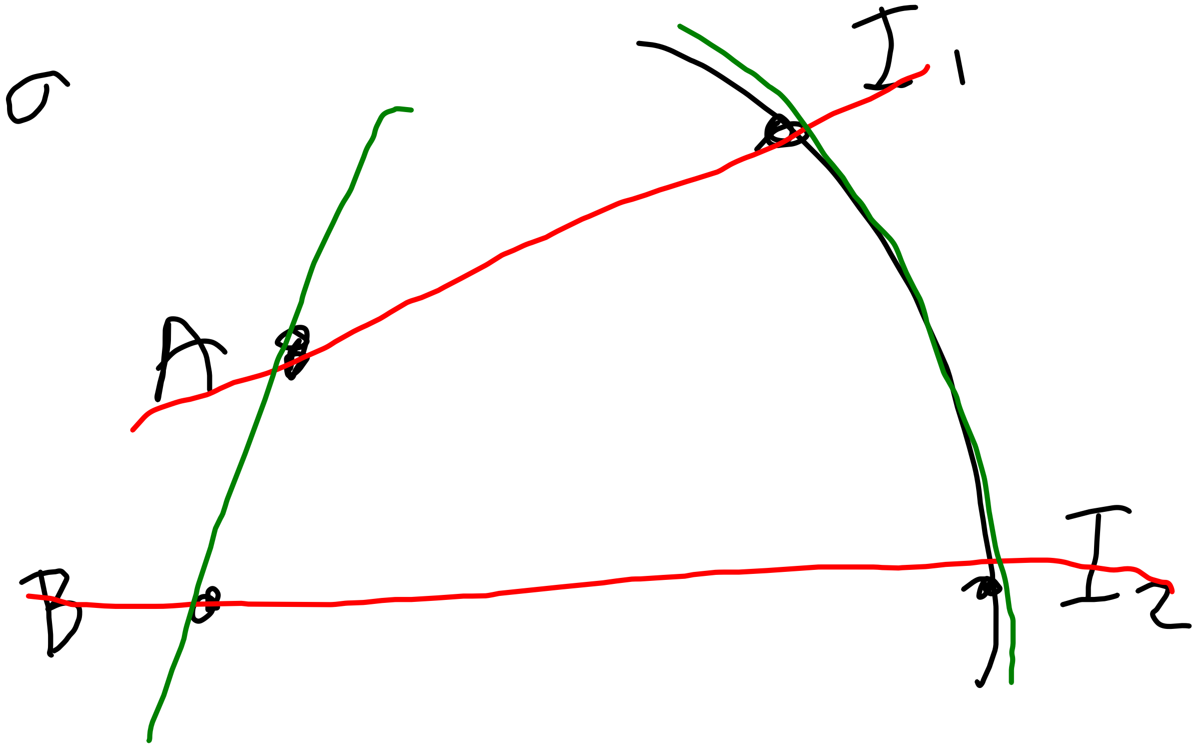
$$\begin{cases} X_1=\pm\sqrt{-X_2^2} \\ X_0=0 \end{cases}$$

scelgo $X_2=1$

$X_1=\pm i$

$I_2\equiv(0,i,1)\sim(0,1,-i)$

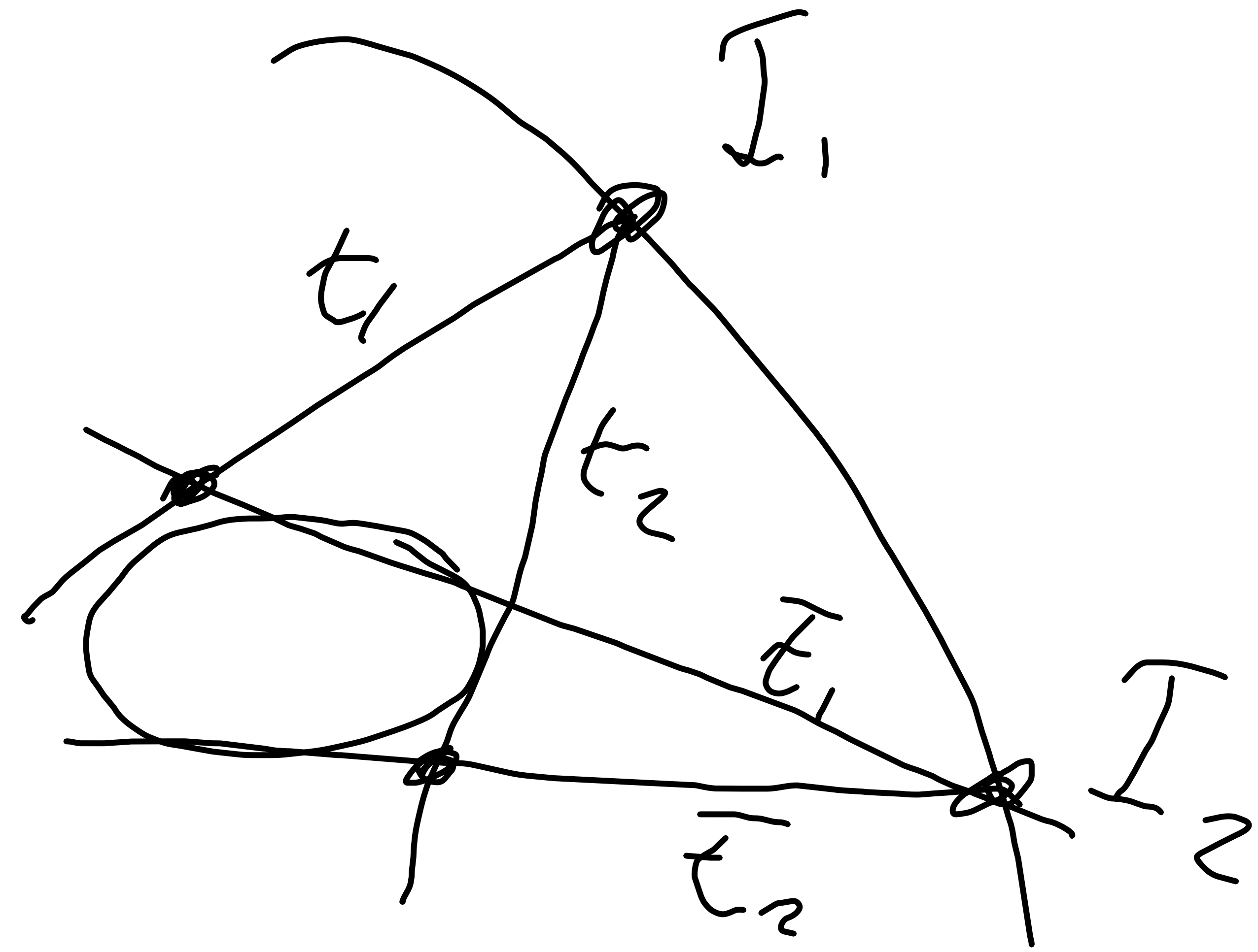
$I_1\equiv(0,-i,1)\sim(0,1,i)$



$$x^2+4y^2-1=0$$

$$\begin{cases} X_1^2+4X_2^2-\cancel{X_0^2}=0 \\ X_0=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_1=\pm 2i X_2 \\ X_0=0 \end{cases} \quad (0,\pm 2i,1)$$



Sia $p(x)$ un polinomio a coefficienti interi

$$p(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

SE $p(x)$ ha radici razionali, esse sono del tipo $\frac{r}{s}$, dove r è un divisore di a_0 ed s è un divisore di a_n

---

$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 4x - 10$ SE ci sono radici razionali, ALLORA sono nella lista: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$

Sia $p(x)$ un polinomio (coeff. reali e complessi ~~qualsiasi~~)

$$p(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

Siano $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ le sue radici (complesse)

$$\alpha_1 + \cdots + \alpha_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$\alpha_1\alpha_2 + \cdots + \alpha_1\alpha_n + \alpha_2\alpha_3 + \cdots + \alpha_{n-1}\alpha_n = +\frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$\vdots$

$$\alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$