

$$v_1 = \alpha_1 v'_1, \dots, v_h = \alpha_h v'_h$$

Tesi: $v_1, \dots, v_h$ lin. dip. $\Rightarrow v'_1, \dots, v'_h$ lin. dip.

$v_1, \dots, v_h$ lin. dip. $\Rightarrow \exists \lambda_1, \dots, \lambda_h$ non tutti nulli
t.c. $\lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_h v_h = \bar{0}_V$

$$v'_i, v'_i \neq \bar{0}_V$$

$\Downarrow$

$$\alpha_1, \dots, \alpha_h \neq 0$$

$$\Rightarrow \lambda_1 (\alpha_1 v'_1) + \dots + \lambda_h (\alpha_h v'_h) = \bar{0}_V$$

$\Rightarrow \exists \mu_1, \dots, \mu_h$ non tutti nulli,
 $\mu_1 = \lambda_1 \alpha_1, \dots, \mu_h = \lambda_h \alpha_h$, t.c.
 $\mu_1 v'_1 + \dots$

In uno spazio proiettivo P^1 , rispetto a un rif. S , siano $A_0 = (2, 1)$, $A_1 = (3, 2)$, $U = (0, -3)$. a) Si verifichi che $S' = (A_0, A_1, U)$ è un riferimento proiettivo. b) S : trovi una base B' normalizzata rispetto ad S' . c) Data il punto $P =_S (50, 60)$, se ne trovino le coordinate rispetto ad S' .

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \neq 0 \quad \checkmark$$

Cerca α, β per cui
 $\alpha(2,1) + \beta(3,2)$ sia $\sim (0,-3)$
 Scegliamo di cercarli t.c.

$$\alpha(2,1) + \beta(3,2) = (0,-3)$$

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = -3 \\ -\beta = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = -3 + 12 = 9 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 0 \\ \alpha + 2\beta = -3 \end{cases}$$

$$B' = \left((18,9), (-18,-12) \right) \\ 9(2,1), -6(3,2)$$

c) $c_{\text{compingio}} (50,40)$ rispetto a B' : Cerco (X'_0, X'_1) t.c.

$$X'_0(18,9) + X'_1(-18,-12) = (50,40)$$

$$\begin{cases} 18X'_0 - 18X'_1 = 50 \\ 9X'_0 - 12X'_1 = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9X'_0 - 12X'_1 = 40 \\ 6X'_1 = -30 \end{cases} \quad \begin{cases} 9X'_0 + 60 = 40 \\ X'_1 = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} 9X'_0 = -20 \\ X'_1 = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} X'_0 = -\frac{20}{9} \\ X'_1 = -5 \end{cases}$$

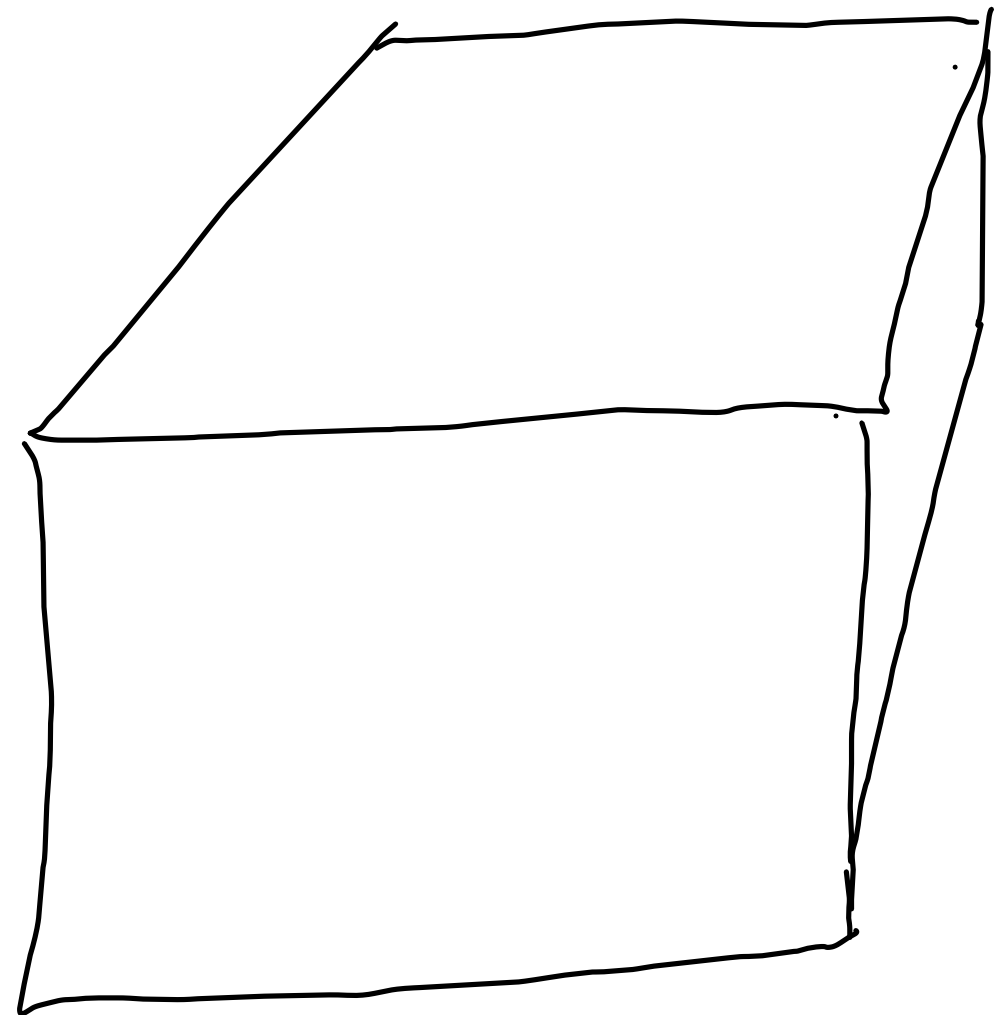
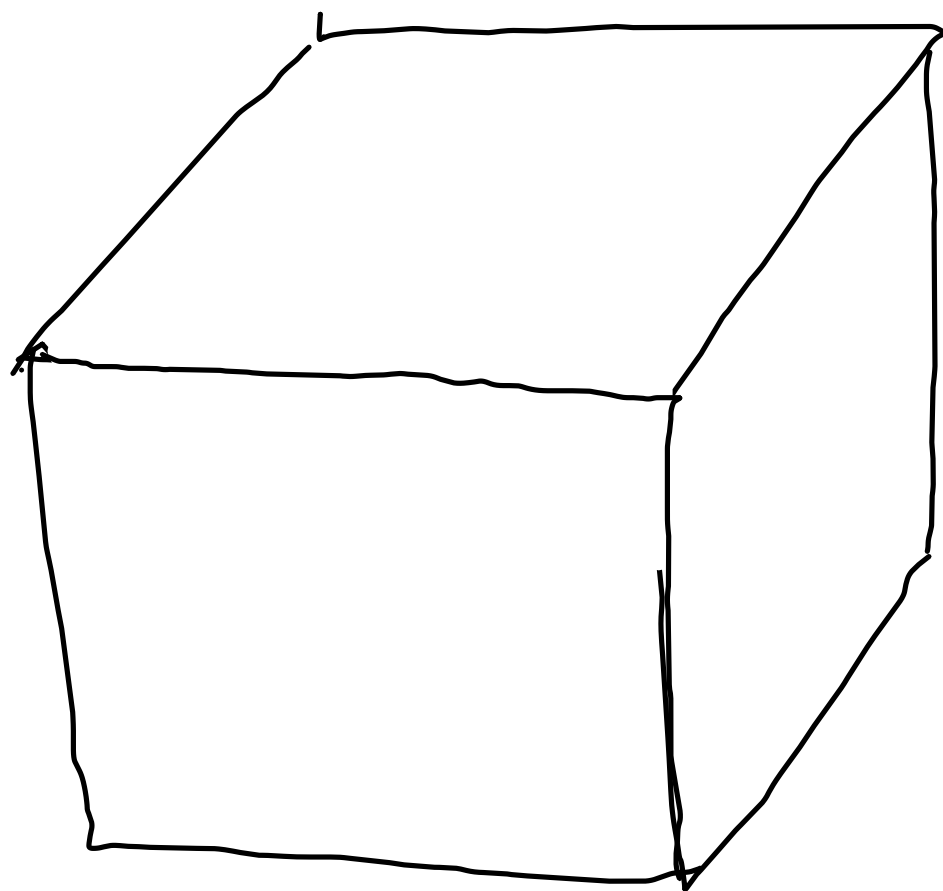
$$P \equiv S' \left(-\frac{20}{9}, -5 \right) \sim (-20, -45) \sim (20, 45) \sim (4, 9)$$

Dati sp. affini $\mathcal{A}^n, \mathcal{A}'^n$, con
 loro riferimenti affini, una affinità è una
 trasformazione $\alpha: \mathcal{A}^n \rightarrow \mathcal{A}'^n$ dove $\alpha(P) \equiv (x'_1, \dots, x'_n)$,
 $P \equiv (x_1, \dots, x_n)$ e α è rappresentata da

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ \vdots \\ x'_n \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad \text{con } |A| \neq 0$$

$A \in M_n$

Dati sp. euclidei $\mathcal{E}^n, \mathcal{E}'^n$, con loro riferimenti
 cartesiani, una congruenza è una trasformazione
 $\alpha: \mathcal{E}^n \rightarrow \mathcal{E}'^n$ rappresentata nello stesso modo,
 con A ortogonale



Come trovare il sottospazio proiettivo generato da certi punti?

Come se fossero vettori e sottospazio vettoriale

Esempio - In un piano proiettivo $\mathbb{P}^2$, rispetto a un riferimento, siano $P \equiv (1, 0, 1)$, $Q \equiv (1, 1, -1)$, $R \equiv (3, 2, -1)$.
Trovare il sottospazio generato da P, Q, R (cioè il sottospazio di dimensione minima che li contiene).

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{array} \right) \quad \left| \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -4 \end{array} \right| = 0$$

$$-X_0 + 2X_1 + X_2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} X_0 & 1 & 1 \\ X_1 & 0 & 1 \\ X_2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Impongo $\text{rk} = 2$

$$\left| \begin{array}{ccc} X_0 & 1 & 1 \\ X_1 & 0 & 1 \\ X_2 & 1 & -1 \end{array} \right| = 0$$