**Paradosso di Russel**

Si tratta di un paradosso delle teoria ingenua degli insiemi (dovuto a Bertrand Russel nel 1901, ma già intuito da Cantor una ventina di anni prima).

1. Assumiamo che la collezione costituita da tutti gli insiemi sia un insieme $U$: $U$ sia l'insieme di tutti gli insiemi.
2. L'insieme $U$, avendo come elementi tutti i possibili insiemi, contiene se stesso come elemento; cioè $U \in U$, e, quindi per ogni insieme $A$, risulta che $A \in A$ oppure $A \notin A$.
3. Dunque, è possibile definire l'insieme $P$ di tutti gli insiemi che non contengono se stessi come elemento, cioè:

$$P = \{A | A \notin A\}.$$

Per l'insieme $P$ si ha:

$$P \in P \Rightarrow P \notin P \quad \wedge \quad P \notin P \Rightarrow P \in P$$

il che è evidentemente assurdo.

Più precisamente $P \in P \Rightarrow P \notin P$ equivale logicamente a $P \notin P$ mentre $P \notin P \Rightarrow P \in P$ equivale logicamente a $P \in P$.

Dunque la teoria ingenua degli insiemi contiene una contraddizione cioè si può dimostrare in essa una proposizione e la sua negazione.

In ogni teoria che contiene una contraddizione $Q \wedge \neg Q$ si può dimostrare qualunque proposizione perché la contraddizione è sempre falsa e da essa si può dedurre qualunque proposizione.