

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** se ritenete la risposta vera, la lettera **F** se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla. **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.

1) Si dica quali fra i seguenti sottoinsiemi di $\mathcal{M}_3(\mathbf{R})$, con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali.

F V a) $\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A \text{ è triangolare alta}\} \cup \{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A \text{ è triangolare bassa}\}.$

F V b) $\{A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid a_1^1 = 0\}.$

F V c) $\{\lambda I_3 \mid \lambda \in \mathbf{R}\}.$

F V d) $\{A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid \sum_{i,j \in \mathbf{N}_3} a_j^i = 0\}.$

1') Si dica quali fra i seguenti sottoinsiemi di $\mathcal{M}_3(\mathbf{R})$, con le usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali.

F V a) $\{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A \text{ è triangolare alta}\} \cup \{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A \text{ è diagonale}\}.$

F V b) $\{A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid a_1^1 = 1\}.$

F V c) $\{\lambda I_3 \mid \lambda \in \mathbf{R}\}.$

F V d) $\{A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid \sum_{i,j \in \mathbf{N}_3} a_j^i = 0\}.$

2) Nello spazio euclideo ordinario la retta di equazioni $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ z = 4y \end{cases}$ ha coefficienti direttori

F V a) (2,1,4).

F V b) (2,4).

F V c) (2,0).

F V d) (2,1,0).

2') Nello spazio euclideo ordinario la retta di equazioni $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ z = 4 \end{cases}$ ha coefficienti direttori

F V a) (2,1,4).

F V b) (2,4).

F V c) (2,0).

F V d) (2,1,0).

3) Nello spazio vettoriale V dei segmenti dello spazio ordinario aventi un estremo in un punto fissato N , sia T l'endomorfismo costituito da una rotazione di $\pi/2$ radianti attorno ad una fissata retta r contenente N . Gli autovalori di T sono:

F V a) il numero 1, di molteplicità geometrica 1, e il numero -1, di molteplicità geometrica 2.

F V b) solo il numero 1, di molteplicità geometrica 1.

F V c) il numero 1, di molteplicità geometrica 2, e il numero 0, di molteplicità geometrica 1.

F V d) il numero 1, di molteplicità geometrica 1, e il numero 0, di molteplicità geometrica 2.

3') Nello spazio vettoriale V dei segmenti dello spazio ordinario aventi un estremo in un punto fissato N , sia T l'endomorfismo costituito dalla proiezione ortogonale su un fissato piano Π contenente N . Gli autovalori di T sono:

F V a) il numero 1, di molteplicità geometrica 1, e il numero -1, di molteplicità geometrica 2.

F V b) solo il numero 1, di molteplicità geometrica 1.

F V c) il numero 1, di molteplicità geometrica 2, e il numero 0, di molteplicità geometrica 1.

F V d) il numero 1, di molteplicità geometrica 1, e il numero 0, di molteplicità geometrica 2.

4) In \mathbf{R}^3 , con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 5\alpha + 2\beta \\ y = -3\alpha \\ z = -7\beta \end{cases} . \text{ Allora il suo complemento ortogonale}$$

F V a) ha dimensione 1.

F V b) ha dimensione 2.

F V c) ha una base costituita dai vettori $(5, -3, 0), (2, 0, -7)$.

F V d) ha equazioni cartesiane $\begin{cases} 2x - 7z = 0 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$.

4') In \mathbf{R}^3 , con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 2x - 7z = 0 \end{cases} . \text{ Allora il suo complemento ortogonale}$$

F V a) ha dimensione 1.

F V b) ha dimensione 2.

F V c) ha una base costituita dai vettori $(5, -3, 0), (2, 0, -7)$.

F V d) ha equazioni cartesiane $\begin{cases} 2x - 7z = 0 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$.

5) In uno spazio vettoriale V di dimensione 5 siano U e W suoi sottospazi qualunque, di dimensioni rispettivamente 4 e 2.

F V a) Se $W \not\subset U$, allora $(U \cap W) = \{\overline{O}_V\}$.

F V b) Se $W \not\subset U$, allora $(U + W) = V$.

F V c) $\dim(U + W) = 6 - \dim(U \cap W)$.

F V d) $\dim(U + W) = 5 - \dim(U \cap W)$.

5') In uno spazio vettoriale V di dimensione 5 siano U e W suoi sottospazi qualunque, di dimensioni rispettivamente 4 e 1.

F V a) Se $W \not\subset U$, allora $(U \cap W) = \{\overline{O}_V\}$.

F V b) Se $W \not\subset U$, allora $(U + W) = V$.

F V c) $\dim(U + W) = 6 - \dim(U \cap W)$.

F V d) $\dim(U + W) = 5 - \dim(U \cap W)$.

6) Il sottospazio di \mathcal{E}^3 che, rispetto ad un riferimento cartesiano, ha equazioni $\begin{cases} x = \alpha + 2\beta + 1 \\ y = -\alpha - \beta \\ z = 1 \end{cases}$

è

F V a) una retta parallela al piano xy .

F V b) una retta parallela all'asse z .

F V c) un piano parallelo al piano xy .

F V d) un piano parallelo all'asse z .

6') Il sottospazio di \mathcal{E}^3 che, rispetto ad un riferimento cartesiano, ha equazioni $\begin{cases} x = y + 2z + 1 \\ z = 1 \end{cases}$ è

F V a) una retta parallela al piano xy .

F V b) una retta parallela all'asse z .

F V c) un piano parallelo al piano xy .

F V d) un piano parallelo all'asse z .

- 7) Sia V lo spazio vettoriale delle funzioni polinomiali da \mathbf{R} ad \mathbf{R} di grado ≤ 2 . Rispetto alla base $(\mathbf{1}, x, x^2)$, la matrice che rappresenta l'endomorfismo

$$T: \begin{array}{ccc} V & \rightarrow & V \\ f(x) & \mapsto & xf'(x) \end{array}$$

F V a) ha come terza riga $(0 \ 0 \ 1)$.

F V b) ha come terza riga $(0 \ 0 \ 2)$.

F V c) ha come terza colonna $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

F V d) ha come terza colonna $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- 7') Sia V lo spazio vettoriale delle funzioni polinomiali da \mathbf{R} ad \mathbf{R} di grado ≤ 2 . Rispetto alla base $(\mathbf{1}, x, x^2)$, la matrice che rappresenta l'endomorfismo

$$T: \begin{array}{ccc} V & \rightarrow & V \\ f(x) & \mapsto & g(x) = f(-x) \end{array}$$

F V a) ha come terza riga $(0 \ 0 \ 1)$.

F V b) ha come terza riga $(0 \ 0 \ 2)$.

F V c) ha come terza colonna $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

F V d) ha come terza colonna $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- 8) Data una qualunque matrice $A \in \mathcal{M}_{10}(\mathbf{R})$, vale che $\det B = \det A$, se B è ottenuta da A

F V a) scambiando le prime due righe di A fra loro.

F V b) sommando la prima riga di A alla seconda.

F V c) moltiplicando la prima riga di A per 5 e la seconda per $1/5$.

F V d) scambiando ogni riga di A con la colonna di uguale indice.

- 8') Data una qualunque matrice $A \in \mathcal{M}_{10}(\mathbf{R})$, vale che $\det B = \det A$, se B è ottenuta da A

F V a) scambiando le prime due righe di A fra loro e le prime due colonne fra di loro.

F V b) sommando la prima riga di A alla seconda.

F V c) moltiplicando la prima riga di A per 5 e la seconda per $1/5$.

F V d) scambiando la prima riga di A con la prima colonna.

- 9) Quali delle seguenti quadriche di \mathcal{E}^3 sono paraboloidi?

F V a) $z^2 = x^2 + y^2$

F V b) $x^2 - y + z^2 = 0$

F V c) $z = 3xy$

F V d) $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 0$

9') Quali delle seguenti quadriche di \mathcal{E}^3 sono specializzate?

F **V** a) $z^2 = x^2 + y^2$

F **V** b) $x^2 - y + z^2 = 0$

F **V** c) $z = 3xy$

F **V** d) $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 0$