$\cancel{X}$ loc. c.p.a, semiloc. 1-connesso e connesso ($\Longrightarrow$ c.p.a.)

$$\left\{ \begin{array}{c} H \subseteq \pi_1(X, x_0) \\ \text{sottogruppi} \end{array} \right\} \underset{\text{su}}{\overset{1-1}{\longleftrightarrow}} \left\{ \begin{array}{c} (\tilde{X}_H, \tilde{x}_H) \xrightarrow[p_H]{?} (X, x_0) \\ \tilde{X}_H \text{ connesso} \end{array} \right\}$$

$\Downarrow$ (c.p.a) $\sim$

$$\pi_1(\tilde{X}_H, \tilde{x}_H) \underset{p_{H\#}}{\cong} H \qquad \Big\| \qquad \xleftarrow{(p_H)_\#} \qquad \xrightarrow[\text{cenni di dimostr}]{}$$

DIM INIETTIVITÀ $\longleftarrow$

$$p_i : (\tilde{X}_i, x_i) \longrightarrow (X, x_0) \quad i = 1, 2$$

$$(p_1)_\#(\pi_1(\tilde{X}_1, x_1)) = (p_2)_\#(\pi_1(\tilde{X}_2, x_2))$$

$\Longrightarrow$ p_1 e p_2 equivalenti

$$\begin{tikzcd}
(\tilde{X}_1, x_1) \arrow[rr, dashed, shift left, "\varphi'"] \arrow[dr, "p_1"'] & & (\tilde{X}_2, x_2) \arrow[ll, dashed, shift left, "\varphi"] \arrow[dl, "p_2"] \\
& \equiv &
\end{tikzcd}$$

$$\xrightarrow{p_1} (X, x_0) \xleftarrow{p_2}$$

p_1 proiez. rivest e p_2 come mappa $\underset{\text{CRIT. SOLL}}{\Longrightarrow}$ $\exists\, \varphi : (\tilde{X}_2, x_2) \to (\tilde{X}_1, x_1)$ t.c.

$$p_2 = p_1 \varphi$$

p_2 proiez. rivest e p_1 come mappa $\underset{\text{CRIT. SOLL.}}{\Longrightarrow}$ $\exists\, \varphi' : (\tilde{X}_1, x_1) \to (\tilde{X}_2, x_2)$ t.c.

$$p_2 \circ \varphi' = p_1$$

RIMANE ~~DA FAR~~ VEDERE CHE

$$\varphi \circ \varphi' = \mathrm{id}_{\tilde{X}_1, x_1}$$

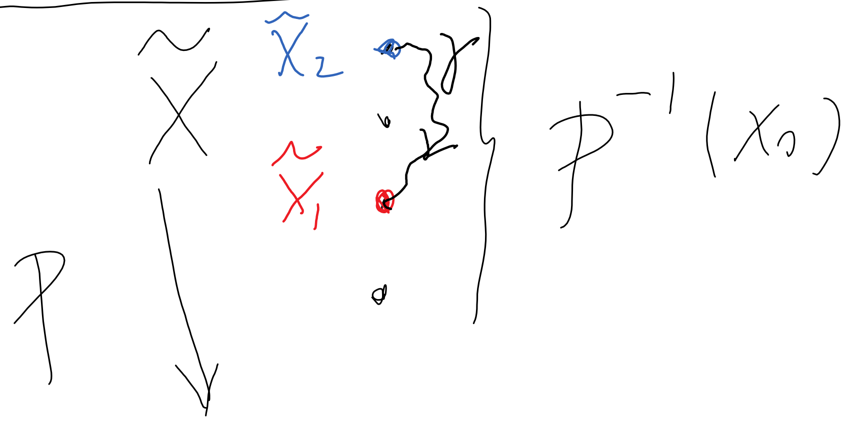
$$\varphi' \circ \varphi = \mathrm{id}_{\tilde{X}_2, x_2}$$

$\Longleftarrow$ USARE UNICITA' DEL SOLLEVAMENTO OSSERVANDO CHE

($\varphi \circ \varphi'$ sollevamento $\mathrm{id}_{(X, x_0)}$)

$\varphi \circ \varphi'$ sollevamento $id_{(X, x_0)}$
RISPETTO A p_1

$\varphi' \circ \varphi$ sollevamento $id_{(X, x_0)}$
RISPETTO A p_2



(X, x_0) Relazione tra

$$H_1 = p_\#(\pi_1(\tilde X, \tilde x_1)) \text{ e } \underbrace{p_\#(\pi_1(\tilde X, \tilde x_2))}_{= H_2} \, ?$$

$$h = p_\#([\gamma]) \in \pi_1(X, x_0)$$

$$\Longrightarrow \quad h H_1 h^{-1} = H_2$$

$\Longrightarrow$ H_1, H_2 coniugati

{ classi di coniugio di sottogruppi di $\pi_1(X, x_0)$ }

{di sottogruppi di $\pi_1(X, x_0)$}

$$\text{su} \updownarrow 1-1$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{classi di isomorfismo di} \\ \text{rivestimenti } \tilde{X} \to X \\ \text{con } \tilde{X} \text{ connesso} \end{array} \right\}$

ESEMPIO $X = S^1$

$\pi_1(S^1, 1) \cong \mathbb{Z}$ abeliano

$\Longrightarrow$ classe di coniugio sono "banali" cioè classe di coniugio di H contiene solo H

$$\{e\} \longleftrightarrow p_\infty : \mathbb{R} \to S^1$$
$$x \mapsto e^{ix}$$

$$\langle \gamma^n \rangle \longleftrightarrow p_n : S^1 \to S^1$$
$$z \mapsto z^n$$

$n \in \mathbb{N}$

$$N(H) = \{ g \in \pi_1(X, x_0) : gHg^{-1} = H \}$$

$\Longrightarrow$ H e' normale in $N(H)$.

CENNO DI COSTRUZIONE

$$[\gamma] \in N(H)/H$$

e considero γ' di γ a $(\tilde{X}, \tilde{x}_0)$ CON PUNTO INIZIALE $\tilde{x}_0 = \gamma'(0)$

$$\gamma'(1) \in p^{-1}(x_0)$$

$$[\gamma] \longrightarrow \varphi \in Aut(p)$$

t.c. $\varphi(\tilde{x}_0) = \gamma'(1)$

$\exists$ perche' $p(\tilde{\gamma})$

$\exists$ perché $p_\#(\sigma)$

CAMMINO CHE LEGA

$\gamma'(1)$ CON $\gamma'(0) \in$

$N(t)$

$$\Longrightarrow p_\#(\pi_1(\tilde{X}, \tilde{x}_0)) = p_\#(\pi_1(\tilde{X}, \gamma'(1)))$$