

La tenacia degli errori comuni

Massimo Ferri¹

¹Università di Bologna

Abstract. *Some mistakes turn out to be not only very common, despite all teacher's efforts, but also terribly stubborn. Besides a good didactic background, is dialogue between teachers of different grades a possible solution?*

1. Tutti sbagliamo

Per fortuna commettiamo errori; anche se siamo insegnanti, ricercatori. Gli errori spezzano la routine intellettuale, sono scorci sulla non banalità dei temi trattati. Gli errori definiscono meglio un profilo mentale, parlano di radici sepolte molto in profondità; questo vale per i nostri errori e per quelli dei nostri allievi. Gli errori sono cugini dei controesempi: come loro permettono di capire meglio “la cosa giusta”.

Non c'è dubbio, d'altra parte, che sia compito di un educatore aiutare il discente a correggere e, ancora meglio, ad evitare gli errori. Per questo ho dedicato, nei decenni di insegnamento, molta attenzione agli errori comuni, cercando di capire i meccanismi che li rendono attraenti e tenaci.

1.1 Modelli

Come molti della mia generazione, non ho studiato didattica. Da studente avevo partecipato a qualche evento, in cui entusiasticamente si propugnava l'insegnamento della “nuova matematica” fin dalla prima infanzia, e ne ero uscito piuttosto diffidente. Poi la ricerca in topologia aveva assorbito tutta la mia attenzione.

Nel tempo, però, l'insegnamento mi ha coinvolto; intanto i fanatismi matematici si erano attenuati. Ero già più che maturo quando lessi un bellissimo libretto (Zan, 1998) che affrontava il processo con cui si formano concetti nella mente infantile, a partire da “cos'è un problema”; mi fece riflettere sul fatto (ovvio, a posteriori) che ci formiamo un nostro modello per ogni concetto che vogliamo apprendere e applicare, e che questo modello condiziona per sempre il nostro rapporto con quel concetto, nel bene e nel male.

Incontrai un altro volume illuminante (Villani, 2003): ognuno dei 35 capitoli era una domanda elementare, proprio di quelle che i miei studenti più curiosi e disinibiti mi rivolgevano; le 35 risposte erano chiare, formulate con il preciso intento di far capire, eppure non c'erano sconti, scorciatoie, mistificazioni. Ognuna sostanzialmente affrontava una misconcezione comune, una fonte profonda di errori.

Molto più tardi appresi (D'Amore & Fandiño Pinilla 2019) la distinzione fra ostacoli ontogenetici, didattici ed epistemologici. In quel libro il “caso di studio” è costituito da quello sfuggente oggetto che è lo zero.

Le frazioni sono invece l'occasione per un altro approfondito, bellissimo studio degli errori in un capitolo apposito (Fandiño Pinilla, 2021). È lì che ho conosciuto il “contratto didattico” e la sua malefica influenza: lo studente si sforza di intuire, indovinare quale risposta l'insegnante si aspetti; l'insegnante si accontenta di quella risposta. Questa maledetta linea di minima resistenza fa saltare a piè pari una vera comprensione (e allora, mi viene da dire, siano benedetti gli errori, che intralciano questo diabolico compromesso). Questo concetto, assieme a quello di “slittamento metadidattico” (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2021) – cioè la sostituzione di un oggetto matematico con analogie o protocolli applicativi – è forse la risposta più convincente alle mie perplessità sugli errori degli studenti.

1.2 Io però non capisco

Ingenuamente credevo che la coscienza di quei processi e l'esperienza pluridecennale mi permettessero di evitare i trabocchetti semplicemente segnalandoli. A lezione avvertivo della tendenza a interpretare male certi argomenti, spiegando con cura perché si trattasse di errori e quale fosse la strada giusta. Ero (e sono tuttora) piuttosto fiero di una pagina web apposita in cui elenco gli errori comuni.

Niente da fare; anche se alcuni studenti riconoscono di aver tratto vantaggio dalle mie segnalazioni, molti altri continuano a cascare in pieno nelle stesse trappole. Tante volte ho chiesto con gentilezza a uno studente sotto esame come mai mi venisse a dire cose che erano chiaramente, dichiaratamente segnalate come sbagliate; ne veniva solo un maggiore imbarazzo per la povera vittima.

La sensazione è quella di vedere un nuotatore finire in un gorgo da cui non riesce a staccarsi; quasi come se l'apprendimento fosse un sistema dinamico con degli attrattori. Sono due gli aspetti che tuttora non riesco a capire: perché si finisca in un errore ben segnalato e perché sia così difficile uscirne.

2. Qualche errore comune (e tenace)

In realtà la risposta dovrebbe forse arrivarci da quegli stessi testi che ho citato, ma probabilmente sono io stesso preda di un attrattore mentale che mi distrae dalle possibili soluzioni.

Prendiamo un esempio: il contratto didattico implicitamente stipulato con lo studente X fa sì che mi risponda correttamente e senza esitazione a una domanda diretta come “ A implica B è equivalente a B implica A ?”. Ma lo stesso studente sarà genuinamente perplesso se gli mostro che ha appena rovesciato un'implicazione come “se due matrici sono simili allora hanno determinanti uguali”. D'accordo, ma perché non riesco, anzi non riusciamo a modificare questo contratto?

Talvolta, paradossalmente, l'applicazione è corretta ma l'enunciato no; tipico è il caso delle condizioni necessarie e sufficienti enunciate a metà, o la confusione fra "per ogni" ed "esiste". Credo che questo sia più da imputare allo slittamento metadidattico, per cui l'apprendimento utilitaristico prevale sulla comprensione della struttura logica; stessa cosa quando si confondono definizioni e teoremi. La costruzione o – peggio – la ricostruzione di un modello può essere alla base di altri problemi sostanzialmente elementari. Ne illustro due per cui moltissimi studenti semplicemente non capiscono che cosa si chieda loro.

2.1 Chiusura rispetto a un'operazione

Tipicamente, il problema si presenta quando si introducono sottogruppi e sottospazi vettoriali. Abbiamo un insieme V su cui è definita un'operazione; si chiede se un dato sottoinsieme X di V è o no chiuso rispetto all'operazione, cioè se dati due elementi qualunque di X , il risultato dell'operazione è ancora un elemento di X .

Dov'è il problema? Nell'uso del quantificatore? In una comprensione non abbastanza profonda del concetto di insieme?

2.2 Conservazione di operazioni

Problema simile a quello precedente: data un'applicazione T da uno spazio vettoriale reale V a un altro W si deve riconoscere se è una trasformazione lineare o no. Tutti, dico proprio tutti sanno enunciare la proprietà richiesta:

per ogni v, v' di V , per ogni numero reale a , $T(v+v') = T(v)+T(v')$ e $T(av) = aT(v)$.

L'uso di simboli diversi per le operazioni di V e di W non aiuta, anzi rende ancora più perplesso lo studente, che non sa semplicemente che cosa fare per una specifica verifica.

Forse il problema è il modello del concetto di funzione? Spesso appare evidente che il malcapitato vede $v+v'$ non come un unico vettore, ma come due. Delucidare questo punto, dare semplici controesempi non sembrano contromisure sufficienti.

Un modello confuso di funzione è anche alla radice di una bestia nera dei test d'ingresso: la composizione di funzioni. Ma come chiarire questo concetto così fondamentale e apparentemente così limpido? Mi dispiace, non ho alcuna risposta.

3. Conclusioni

Sarebbe comodo sbrigarsela dicendo "colpa di chi mi ha preceduto". È pur vero che gli errori più tenaci sembrano essere quelli legati a un modello inadeguato, ma cosa dovrebbe fare il collega delle superiori? Parlare per ore dei concetti di insieme, quantificatori, funzione? Chiaramente è molto meglio mettere i concetti all'opera; ma allora si rischia lo slittamento metadidattico. Cosa

dovrebbe fare l'insegnante della primaria? Basare il modello di operazione su rigorose basi formali? Vade retro! Abbiamo già dato, grazie.

L'unica via che intravedo è il dialogo: una retroazione continua attraverso i diversi ordini scolastici; senza supponenza e senza risentimento, anche col supporto di buoni libri che appoggino una teoria ben formulata su esempi concreti e significativi.

Bibliografia

Zan, R. (1998). *Problemi e convinzioni*. Bologna: Pitagora.

Villani, V. (2003). *Cominciamo da Zero – Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della Matematica (Aritmetica e Algebra)*. Bologna: Pitagora.

D'Amore, B. & Fandiño Pinilla, M. I. (2019). *Zero – Storia, epistemologia e didattica di un numero magico*. Bologna: Pitagora.

Fandiño Pinilla, M. I. (2021). *Le Frazioni – Matematica, storia e didattica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore, B. & Fandiño Pinilla, M. I. (2021). Some Examples of the Phenomenon of Metadidactic Slippage in School Practice. *Acta Scientiae* 23(4), 1–15.

Parole chiave: misconcezione; contratto didattico; convinzione; slittamento metadidattico.