Dato $p \in \mathbf{R}[x]$, $p = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, con $a_0 \neq 0$, si assegni ad ogni eventuale coefficente nullo un segno + o – in modo arbitrario ma fissato. Ogni coppia di coefficienti consecutivi (a_i, a_{i+1}) si chiamerà *permanenza* se i due coefficienti sono dello stesso segno, *variazione*altrimenti.

Teor. *(di Harriot-Cartesio) Il numero di permanenze [variazioni] di p supera di un numero pari (eventualmente nullo) la somma delle molteplicità delle radici negative [positive] di p.*

Esempi:

Dato il polinomio

$$3\sqrt{2} - 3x - \sqrt{2}x^2 + x^3,$$

la sua successione di coefficienti $(3\sqrt{2}, -3, -\sqrt{2}, 1)$ presenta due variazioni e una permanenza; perciò avrà una radice negativa, e zero o due radici positive.

Il polinomio

$$-6 - x^2 + x^4$$

ha la successione di coefficienti (con assegnazione arbitraria del segno ai valori zero) $(-6, +0, -1, +0, 1)$, che presenta 3 variazioni e una permanenza; perciò vi sono una radice negativa, e una o tre positive.

Si noti che, nell'ultimo esempio, una diversa assegnazione dei segni ai valori nulli avrebbe cambiato il conteggio. Per esempio $(-6, -0, -1, +0, 1)$ fornisce 3 permanenze e una variazione, facendoci prevedere una radice positiva e una o tre radici negative. Dal confronto con la deduzione precedente, possiamo ricavare che sicuramente vi sono esattamente una radice positiva e una negativa, mentre le altre due (contate una volta come positive e una come negative) sono "fasulle": le due radici restanti sono complesse coniugate.

Teor. *Sia $p \in \mathbf{Z}[x]$, $f = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$. Le eventuali radici razionali di f sono della forma $\frac{p}{q}$, dove p è un intero divisore di a_0 e q è un intero divisore di a_n.*

Esempio: dato il polinomio

$$15 + 2x - 7x^2 + 8x^4 - 2x^5,$$

SE vi sono radici razionali, esse possono solo essere numeri della seguente lista: ± 1, $\pm\frac{1}{2}$, ± 3, $\pm\frac{3}{2}$, ± 5, $\pm\frac{5}{2}$, ± 15, $\pm\frac{15}{2}$.

Dall'ultima proposizione se ne deduca una sulle eventuali radici razionali di un polinomio a coefficienti razionali.