ALGEBRA

Primo anno primo semestre

Il linguaggio della teoria degli insiemi. Relazioni di equivalenza e d'ordine. I numeri naturali e gli interi. Divisibilità e massimo comune divisore. Algoritmo di Euclide. Numeri primi. Teorema fondamentale dell'aritmetica. Reticoli. Problemi di conteggio. Le classi di resto. Permutazioni. Polinomi. Monoidi e gruppi, morfismi, gruppi quoziente.

Secondo anno primo semestre

Anelli, dominii e campi, morfismi, anelli quoziente. Campo dei quozienti di un dominio, i numeri razionali. Dominii euclidei, a ideali principali, fattoriali. Quozienti di K[x] con K
campo, i numeri complessi. Estensioni di campi, elementi algebrici e trascendenti, campo di spezzamento, teorema di esistenza e unicità per i campi finiti.

GEOMETRIA

Primo anno primo semestre (Geometria 1)

Calcolo matriciale e sistemi lineari. Risoluzione col metodo di eliminazione di Gauss, Determinanti. Elementi di geometria analitica del piano e dello spazio (rette, piani, loro rappresentazioni parametriche e cartesiane). Prime nozioni di algebra lineare: spazi vettoriali e sottospazi. Lineare indipendenza, basi di uno spazio vettoriale, dimensione di uno spazio vettoriale. Applicazioni lineari e matrici associate.

Primo anno secondo semestre (Geometria 2)

Studio delle Applicazioni lineari. Diagonalizzazione di endomorfismi. Forma di Jordan di un endomorfismo. Spazi euclidei, esistenza di basi ortonormali e processo di Gram-Schmidt. Teorema spettrale reale. Forme bilineari e quadratiche e applicazioni alla geometria.

Secondo anno primo semestre (Geometria 3)

Nozioni fondamentali di topologia generale: spazi topologici e applicazioni continue. Topologia indotta, topologia prodotto topologia quoziente. Compattezza e connessione.

Terzo anno primo semestre (Istituzioni Geometria Superiore primo modulo)

Geometria differenziale delle curve e delle superfici. Curvatura e torsione di curve nello spazio. Formule di Frenet. Prima e seconda forma fondamentale di superfici nello spazio euclideo. Applicazione di Gauss. Curvatura media e gaussiana. Teorema Egregium.

Terzo anno secondo semestre (Istituzioni Geometria Superiore secondo modulo)

Teoremi fondamentali della teoria delle funzioni olomorfe di una variabile complessa. Sviluppabilità in serie di potenze. Formula di Cauchy. Principio del massimo. Teorema dei residui. Rappresentazione conforme. Complementi di topologia, soprattutto degli insiemi piani, connessi a tali questioni.

AREA ANALISI MATEMATICA

I anno

Analisi Matematica 1-A (corso intensivo)
1°ciclo : nozioni preliminari. I numeri reali, estremo superiore e inferiore. Numeri naturali, il principio di induzione. Le funzioni elementari. Limiti di successioni. Spazi metrici, aperti, chiusi, punti di accumulazione. Limiti e continuità per funzioni di una o più variabili reali. Calcolo differenziale per funzioni reali di variabile reale. Formula di Taylor.

Analisi Matematica 1-B (corso intensivo)
2° ciclo: estremanti locali, funzioni monotone e funzioni convesse di una variabile reale. Integrale di Riemann per funzioni reali di variabile reale. I teoremi fondamentali del calcolo. Primitive. Integrali generalizzati. Serie numeriche.

II anno
Analisi Matematica 2 (corso estensivo)
1° ciclo: successioni e serie di funzioni: convergenza puntuale e uniforme. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali. Formula di Taylor. Massimi e minimi locali. Funzioni implicite. Estremi vincolati.
2° ciclo: esistenza locale e prolungabilità delle soluzioni di problemi di Cauchy; metodi risolutivi per equazioni di tipo particolare, sistemi lineari: Integrazione secondo Lebesgue in R^n: nozioni di teoria della misura, teoremi di riduzione, cambiamento di variabile, passaggio al limite sotto al segno di integrale.

III anno
Analisi Matematica 3 (corso intensivo)
2° ciclo: spazi di Banach e di Hilbert. Basi ortonormali di uno spazio di Hilbert. Operatori lineari in questi spazi: Teorema di rappresentazione di Riesz. La trasformata di Fourier in L^2. Convoluzione, densità di C0^∞ in Lp. Teorema di Ascoli-Arzelà. Convergenza debole.

Area Probabilità

LAUREA TRIENNALE

Probabilità e Statistica Matematica 1 (7+2 cfu)

Elementi di statistica descrittiva.
Spazi di probabilità finiti: eventi e numeri aleatori. Operazioni logiche su eventi. Calcolo combinatorio e problemi di conteggio. Probabilità condizionata. Formula di Bayes. Indipendenza.
Variabili aleatorie discrete. Distribuzioni discrete: Bernoulli, binomiale, ipergeometrica, Poisson, geometrica. Valore atteso. Varianza, covarianza e coefficiente di correlazione.
Funzione di distribuzione congiunta e marginale. Funzione di ripartizione. Distribuzione del massimo e del minimo.
Elementi di inferenza statistica parametrica.
Spazi di probabilità generali. Sigma-algebra di Borel e variabili aleatorie.
Valore atteso. Distribuzioni e teoremi sul calcolo del valore atteso. Spazi L^p e disuguaglianze.
Proprietà di varianza e covarianza. Indipendenza. V.a. assolutamente continue. Distribuzioni Dirac, normale, esponenziale.
Densità congiunta e marginale. Somma di v.a. Distribuzione Gamma. Funzione di ripartizione.
Distribuzione del massimo e del minimo. Distribuzioni chi-quadro, log-normale, t-student.
Funzione caratteristica e momenti. Esempi. Distribuzione multi-normale.

Contenuti da valutare se spostare alla magistrale:
Teorema di inversione di Lévy. Legge dei grandi numeri e teorema del limite centrale. Teorema di Berry-Esseen. Metodo Monte Carlo. Esempi di induzione statistica. Modelli Gaussiani.

LAUREA MAGISTRALE
Curriculum Generale e Applicativo
Probabilità (6 cfu)

Lemma di Borel Cantelli. Teorema di Carathéodory. Prodotto di spazi misurabili. Teorema di Kolmogorov. Misura prodotto. Famiglie di variabili aleatorie stocasticamente indipendenti. Legge 0-1 di Kolmogorov. Successioni stazionarie. Teorema di Birkhoff. Legge forte dei grandi numeri. Convoluzione. Convergenza debole per misure in spazio metrizzabili. Trasformata di Fourier di misure. Teorema di Lévy. Teorema del limite centrale. Attesa condizionata rispetto a una sigma algebra. Filtrazioni e tempi di arresto. Nozioni sulle martingale.

Curriculum didattico

Nozione di spazio di probabilità nel caso finito o numerabile. Definizioni classica, frequentista, soggettiva di probabilità e loro applicazioni.
Spazi di probabilità infiniti non numerabili. [X] algebre di insiemi; elementi di teoria della misura.
Visione unitaria degli spazi di probabilità nell'ambito della teoria della misura.
Variabili aleatorie discrete e continue, applicazioni a problemi concreti.
Applicazioni delle distribuzioni binomiale, geometrica, di Poisson.
Forme di convergenza per variabili aleatorie reali. Trasformata di Fourier, funzioni caratteristiche; Teorema limite centrale e approssimazione normale.
Nozioni elementari sulle catene di Markov.
Elementi di statistica inferenziale. Stime di parametri; intervalli di confidenza. Le distribuzioni t di Student e [X] di Pearson e le loro applicazioni pratiche. Il Teorema di Cochran. Test statistici. Esempi di test di ipotesi su medie, proporzioni, indipendenza.

AREA FISICA MATEMATICA, LAUREA TRIENNALE

FM1

1. Introduzione
   Galileo, Newton, Einstein. La misura delle quantita': confronto con grandezze di riferimento, precisione. Misure di spazio. Misure di tempo.
2. Moto in una dimensione
   Descrizione del moto: cinematica in una dimensione. Moto rettilineo uniforme. Velocita'. Velocita' media e istantanea. Accelerazione. Moto ad accelerazione costante. Sua relazione con velocita media e istantanea.
3. Moti in due dimensioni
   Cinematica in due dimensioni. Vettori e loro combinazioni lineari. Prodotto scalare. Moto di un proiettile. Gittata e suo valore massimo. La zona sicura, il lavoro di Toricelli sugli inviluppi.
4. Dinamica e leggi di Newton
   Forze. Prima, seconda e terza legge di Newton. Sistemi di riferimento inerziali. Leggi di trasformazione di coordinate di Galileo. Sistemi non inerziali, forze fittizie. Forze costanti. Il peso. Terza legge di Newton e conservazione della quantità di moto. Sistemi ad N particelle.
5. Moto circolare e gravitazione
   Moto circolare uniforme. Calcolo della accelerazione centripeta. Legge di gravitazione universale. Equivalenza tra massa inerziale e gravitazionale. Flusso del campo gravitazionale. Teorema di Gauss. Terza legge di Keplero nel caso dell'orbita circolare.
6. Lavoro, energia
   Lavoro di una forza. Il teorema dell'energia. Energia potenziale. Il teorema di conservazione dell'energia. Campi conservativi: costante, elastico, gravitazionale. Soluzione degli urti elastici in una dimensione.
7. Il moto diffusivo
   Il moto Browniano e il lavoro di Einstein. Modellizzazione probabilistica. Cenni di teoria della probabilita discreta. Schemi di prove ripetute. Indipendenza. Media e varianza. Varianza della distribuzione binomiale. Deduzione della legge del moto diffusivo.
8. Teoria della relativita ristretta
   Principio di relativita' e teoria della Relativita' Ristretta. Esperimento ideale sulla propagazione della luce rispetto a due sistemi di riferimento. Deduzione delle trasformazioni di Lorentz. Lo spazio-tempo. Distanze di Euclide e quasi-distanze di Minkowski. Contrazione delle lunghezze. Dilatazione dei tempi.
9. Moti rotatori e armonici
   Cinematica del moto rotatorio. Moto rotatorio uniformemente accelerato. Prodotto vettoriale. Momento angolare. Momento di una forza. Conservazione del momento angolare.
   Moto armonico. Sua soluzione e relazione col moto circolare uniforme. Moto del pendolo nelle piccole oscillazioni. Periodo e ampiezza.

FM2
Rappresentazione della legge oraria in coordinate cartesiane e in forma intrinseca. Moto piano in coordinate polari. Velocità areolare. Formula di Binet. Momento angolare e sua conservazione. Principi fondamentali della meccanica. Vincoli e reazioni vincolari. Postulato delle reazioni vincolari. Metodo delle reazioni vincolari per la ricerca delle condizioni di equilibrio. Il principio dei lavori virtuali. Equilibrio dei sistemi soggetti a forze conservative. Dinamica del punto materiale libero e vincolato. Integrali primi del moto. Metodo di Weierstrass per forze posizionali in un grado di libertà. Sistemi di punti materiali. Quantità di moto, momento delle quantità di moto e momento delle forze. Teoremi di conservazione della quantità di moto totale, del momento totale delle quantità di moto, e dell'energia totale. Problema dei due corpi e leggi di Keplero. Pendolo matematico. Cinematica rigida; stati cinetici di traslazione. Momenti di inerzia e Teorema di Huygens-Steiner. Cenni di dinamica rigida. Cinematica relativa del punto. Cenni di relatività ristretta.

FM3
Meccanica Lagrangiana: Principio di Hamilton; Equazioni di Eulero-Lagrange; Coordinate cicliche; Principio di d'Alembert; Teorema di Noether.
Formalismo Hamiltoniano: Trasformata di Legendre; Equazioni di Hamilton; Flusso Hamiltoniano; Trasformazioni canoniche; Funzioni generatrici; Teorema di Liouville; Sistemi integrabili.

AREA ANALISI NUMERICA

Calcolo Numerico (LT, **10** CFU (8 Frontali + 2 Lab.Inf.))

Aritmetica in virgola mobile, condizionamento, stabilità, analisi dell'errore.

Algebra lineare numerica:

1. Risoluzione di sistemi lineari: risultati di perturbazione. Metodi diretti: Sistemi triangolari, complessità e stabilità. Il Metodo di eliminazione di Gauss: esistenza, complessità e stabilità. Casi particolari: Fattorizzazione di Cholesky, algoritmo di Thomas. **Esercizi in aula.** Metodi iterativi stazionari e non stazionari (gradienti coniugati). Risultati di convergenza. **Esercizi in aula**.
2. Trasformazioni ortogonali di Givens e di Householder. **Esercizi in aula.**
3. Minimi quadrati: esistenza e unicità della soluzione. Metodi risolutivi: equazione normale, fattorizzazione QR, SVD. **Esercizi in aula.**
4. Problema agli autovalori: localizzazione e teoremi di perturbazione. Il metodo delle potenze e sue varianti, convergenza. L'iterazione QR. Radici di polinomi. **Esercizi in aula**.

Teoria dell'approssimazione:

1. Approssimazione polinomiale di funzioni e dati: interpolazione polinomiale di Lagrange e Hermite, funzioni polinomiali a tratti e spline. **Esercizi in aula.**
2. Integrazione numerica: formule di quadratura interpolatorie, metodi composti e adattivi. **Esercizi in aula**.
3. Ricerca delle radici di equazioni non lineari: condizionamento, metodi, risultati di convergenza, criteri di arresto. **Esercizi in aula.**

Il corso prevede una attività di laboratorio di 2 CFU in cui si introduce il linguaggio e l'ambiente di calcolo scientifico Matlab con il quale verranno svolte le esercitazioni durante l'Insegnamento.
