
$L \supseteq K$ Körper

$$\text{Gal}(L/K) = \{ f: L \rightarrow L \text{ Ringhomomorphismus} \mid \forall a \in K, f(a) = a \}$$

$$\text{Gal}(\mathbb{C}/\mathbb{R}) = \{ \text{id}_{\mathbb{C}}, \quad \overline{\cdot}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \}$$

$\supseteq$) obvious.

$\subseteq$) $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ Ringhomomorphismus sodass $\forall a \in \mathbb{R}, f(a) = a$.
 $f(i) = ?$ $f(i)^2 = f(i^2) = f(-1) = -1 \Rightarrow f(i) \in \{i, -i\}$

$$\Rightarrow f(i) = i$$
$$\Downarrow$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$f(a+bi) = f(a) + f(b)f(i)$$
$$= a + bi$$

$$\Rightarrow f = \text{id}_{\mathbb{C}}$$

oder

$$f(i) = -i$$
$$\Downarrow$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}$$

$$f(a+bi) = f(a) + f(b)f(i)$$
$$= a - bi$$

$$\Rightarrow f = \overline{}$$

POINTWISE CAUCHY:

$$\forall x \in X, \forall \varepsilon > 0, \exists N: \forall n, m \geq N \quad d(f_n(x), f_m(x)) < \varepsilon$$

UNIFORM CAUCHY

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N: \forall x \in X, \forall n, m \geq N \quad d(f_n(x), f_m(x)) < \varepsilon.$$

Deutsch wikipedia: normale Konvergenz
 $f_n: X \rightarrow Y$, $(Y, \|\cdot\|)$ normiert

LOCAL
NORMAL
CONVERGENCE

$\forall x \in X$, $\exists U$ Umgebung von x in X :
 $(\sum_n f_n|_U: U \rightarrow Y)$ normal konvergiert according to
my definition

My def.: $\sum_n \sup_{x \in X} \|f_n(x)\| < +\infty$

Kor X top. Raum, $(Y, \|\cdot\|)$ Banachraum, $f_n: X \rightarrow Y$ stetig
If the series $\sum_n f_n$ is locally normally convergent,
then $\sum_n f_n$ converges uniformly to a continuous function $X \rightarrow Y$.

Satz X, Y top. Räume. $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ offene Überdeckung.

$f: X \rightarrow Y$. Dann

f ist stetig $\Leftrightarrow \forall \lambda \in \Lambda, \quad f|_{A_\lambda}: A_\lambda \rightarrow Y$ ist stetig.

X, Y Menge $y_0 \in Y$

$$y_0: X \longrightarrow Y$$
$$x \longmapsto y_0$$

constant
function

Wikipedia: cover

X Menge, $Y \subseteq X$ Teilmenge.

Eine Überdeckung von Y ist $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ von Teilmengen
von X , sodass $Y \subseteq \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$ gilt.

Sind $[0, 1]$ und $[0, 1)$ homöomorph?

- Nein, $[0,1]$ ist kompakt (abgeschlossen in $\mathbb{R}$ und beschränkt)
 $[0,1)$ ist nicht kompakt, weil es nicht abgeschlossen ist.

[illegible]

Counterexample $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^+\}$ nicht abgeschlossen in $\mathbb{R}$
 $\mathbb{N}$ abgeschlossen in $\mathbb{R}$.

$$(0, 1), \quad (0, +\infty), \quad \mathbb{R}$$

$$\tan: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{homöomorphismus}$$

$$(0, 1) \rightarrow (a, b) \quad \text{homöomorphismus} \quad \forall a, b \in \mathbb{R} \\ t \mapsto (1-t)a + bt \quad a < b$$

$$(0, 1) \rightarrow (1, +\infty) \quad \text{homöomorphismus} \\ x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$(0, +\infty) \rightarrow (a, +\infty) \quad \text{homöo..} \\ t \mapsto t + a$$

$$(0, +\infty) \rightarrow (-\infty, 0) \\ t \mapsto -t$$

• Every two open intervals of $\mathbb{R}$ are homeomorphic.

Sind $[0, 1)$ und $(0, 1)$ homöomorph?

Beide sind Hausdorffsch, nicht kompakt, zusammenhängend

By contradiction, let $f: [0, 1) \rightarrow (0, 1)$ be a homeomorphism
then we would have a homeomorphism

$$f|_{(0,1)}: \underbrace{(0,1)}_{\uparrow \text{connected}} \longrightarrow \underbrace{(0,1) \setminus \{f(0)\}}_{\uparrow \text{is not connected}}$$

$\Rightarrow [0, 1)$ and $(0, 1)$ are not homeomorphic.

$[X, Y \text{ top. Räume, } f: X \rightarrow Y \text{ Homöomorphismus.}$
 $[A \subseteq X \Rightarrow f|_A: A \rightarrow f(A) \text{ ist ein Homöomorphismus.}]$

$[X, Y \text{ top. Räume, } f: X \rightarrow Y \text{ stetig}]$
 $[A \subseteq X \Rightarrow f|_A: A \rightarrow f(A) \text{ ist stetig}]$

$[X \text{ top. space, } A \subseteq Y \subseteq X, \quad Y \text{ offen in } X. \text{ Dann:}]$
 $[A \text{ ist offen in } Y \iff A \text{ ist offen in } X.]$

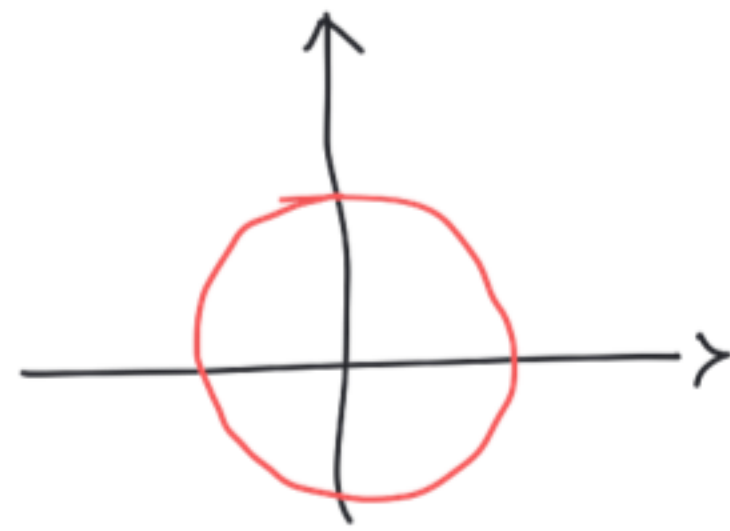
$[X \text{ top. space, } A \subseteq Y \subseteq X,$
 $[A \text{ offen in } X \Rightarrow A \text{ offen in } Y.]]$

X top space, A open in X , $Y \subseteq X$

$\Rightarrow A \setminus Y$ open in $X \setminus Y$

$$A \setminus Y = A \cap (X \setminus Y).$$

$$S^1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$$



Sind S^1 und $[0, 1]$ homöomorph? Nein,

$f: [0, 1] \rightarrow S^1$ homöom.

$f|_{(0,1)}: (0,1) \rightarrow \underbrace{S^1 \setminus \{f(1), f(0)\}}_{\substack{\uparrow \\ \text{not connected}}} \text{ homöomorph.}$
 $\uparrow$
connected

$$[0,1) \rightarrow S^1$$

$$t \mapsto e^{2\pi i t}$$

bijektiv, stetig, aber
nicht Homöomorphismus

$[0,1)$ nicht kompakt, S^1 kompakt

$\forall p, q \in S^1, p \neq q \Rightarrow S^1 \setminus \{p, q\}$ is not connected

