Nome Cognome

Rispondere sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti.

1) Si consideri la forma quadratica al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$q(x, y, z) = x^2 - 2\alpha xy + y^2 + z^2$$

- a) Si calcoli la matrice di Gram associata a q . (3 punti)
 b) Trovare la segnatura della forma quadratica q al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x, y, z) = (2y, 3x - y, 4x - y + z)$$

- a) Dire (e giustificare) se è diagonalizzabile. (3 punti)
 b) Sia A la matrice associata canonicamente ad F . Si calcoli una matrice H invertibile tale che $A = H^{-1}DH$ con D una matrice diagonale. (3 punti)

3) Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & k \end{pmatrix}$$

definita al variare del parametro reale k .

- a) Dato il sistema lineare $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ si calcoli la dimensione dello spazio delle soluzioni e fornire una interpretazione geometrica, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. (3 punti)
 b) Posto $k = -1$. Dati U la chiusura lineare delle righe di A e V la chiusura lineare delle colonne di A , calcolare una rappresentazione cartesiana di $U \cap V$ e una rappresentazione parametrica di $U + V$. (3 punti)
-

Nome Cognome

Rispondere sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti.

1) Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -k \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & k \end{pmatrix}$$

definita al variare del parametro reale k .

- a) Dato il sistema lineare $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ si calcoli la dimensione dello spazio delle soluzioni e fornire una interpretazione geometrica, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. (3 punti)
- b) Posto $k = -1$. Dati U la chiusura lineare delle righe di A e V la chiusura lineare delle colonne di A , calcolare una rappresentazione cartesiana di $U \cap V$ e una rappresentazione parametrica di $U + V$. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x, y, z) = (x + 2y, 3x, -y + z)$$

- a) Dire (e giustificare) se è diagonalizzabile. (3 punti)
- b) Sia A la matrice associata canonicamente ad F . Si calcoli una matrice H invertibile tale che $A = H^{-1}DH$ con D una matrice diagonale. (3 punti)

3) Si consideri la forma quadratica al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$q(x, y, z) = x^2 - 2\alpha xy + y^2 + z^2$$

- a) Si calcoli la matrice di Gram associata a q . (3 punti)
- b) Trovare la segnatura della forma quadratica q al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. (3 punti)
-

Nome Cognome

Rispondere sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti.

1) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x, y, z) = (2y + z, 3x + y, 4y + 2z)$$

- a) Dire (e giustificare) se è diagonalizzabile. (3 punti)
 b) Sia A la matrice associata canonicamente ad F . Si calcoli una matrice H invertibile tale che $A = H^{-1}DH$ con D una matrice diagonale. (3 punti)

2) Si consideri la forma quadratica al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$q(x, y, z) = x^2 - 2\alpha xy + y^2 + z^2$$

- a) Si calcoli la matrice di Gram associata a q . (3 punti)
 b) Trovare la segnatura della forma quadratica q al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. (3 punti)

3) Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & k & -1 \end{pmatrix}$$

definita al variare del parametro reale k .

- a) Dato il sistema lineare $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ si calcoli la dimensione dello spazio delle soluzioni e fornire una interpretazione geometrica, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. (3 punti)
 b) Posto $k = -1$. Dati U la chiusura lineare delle righe di A e V la chiusura lineare delle colonne di A , calcolare una rappresentazione cartesiana di $U \cap V$ e una rappresentazione parametrica di $U + V$. (3 punti)
-

Nome Cognome

Rispondere sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti.

1) Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & -1/2 \\ 0 & 2 & k \end{pmatrix}$$

definita al variare del parametro reale k .

- a) Dato il sistema lineare $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ si calcoli la dimensione dello spazio delle soluzioni e fornire una interpretazione geometrica, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$. (3 punti)
- b) Posto $k = -1$. Dati U la chiusura lineare delle righe di A e V la chiusura lineare delle colonne di A , calcolare una rappresentazione cartesiana di $U \cap V$ e una rappresentazione parametrica di $U + V$. (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$F(x, y, z) = (x + 2y + z, 2x + y, 2z)$$

- a) Dire (e giustificare) se è diagonalizzabile. (3 punti)
- b) Sia A la matrice associata canonicamente ad F . Si calcoli una matrice H invertibile tale che $A = H^{-1}DH$ con D una matrice diagonale. (3 punti)

3) Si consideri la forma quadratica al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$q(x, y, z) = x^2 - 2\alpha xy + y^2 + z^2$$

- a) Si calcoli la matrice di Gram associata a q . (3 punti)
- b) Trovare la segnatura della forma quadratica q al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. (3 punti)