

Geometria e Algebra t (v1)

14/07/2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

- 1) Per ogni $k \in \mathbb{R}$, siano π un piano e r una retta dello spazio euclideo tridimensionale, di equazioni

$$\pi : kx + y - z = -3, \quad r : \begin{cases} 3x + (k+1)y = 1 \\ y + z = 2 \end{cases} .$$

- a) Per quali valori di k la retta e il piano sono paralleli e disgiunti? Per quali sono secanti? Per quali risulta $r \subset \pi$? (3 punti)
- b) Si ponga $k = -1$ e si determinino le distanze del punto $Q = (1, 1, 1)$ da π e da r . (3 punti)
- 2) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $F(1, 0, 1) = (2, 4)$, $F(0, -1, 0) = (0, 1)$ e $F(2, 0, -2) = (4, -4)$.
- a) Si determini la matrice A canonicamente associata ad F . (3 punti)
- b) Calcolare una base di $\ker F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

- 3) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 4 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, dipendente dal parametro $k \in \mathbb{R}$,

- a) trovare per quali valori di k è definita positiva. (3 punti)
- b) trovare per quali valori di k ha come autovalore 1. (3 punti)
-

Geometria e Algebra t (v2)

14/07/2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

1) Per ogni $k \in \mathbb{R}$, siano π un piano e r una retta dello spazio euclideo tridimensionale, di equazioni

$$\pi : (k - 1)x + 2y - z = -1, \quad r : \begin{cases} 2x + (k - 3)y = -2 \\ x + z = 0 \end{cases} .$$

a) Per quali valori di k la retta e il piano sono paralleli e disgiunti? Per quali sono secanti? Per quali risulta $r \subset \pi$? (3 punti)

b) Si ponga $k = -1$ e si determinino le distanze del punto $Q = (1, -1, 1)$ da π e da r . (3 punti)

2) Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un'applicazione lineare tale che $F(1, 0, -1) = (8, 2)$, $F(0, -3, 0) = (0, 6)$ e $F(1, 0, 1) = (2, 2)$.

a) Si determini la matrice A canonicamente associata ad F . (3 punti)

b) Calcolare una base di $\ker F$ e una di $\text{Im } F$. (3 punti)

3) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 2 - k \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$, dipendente dal parametro $k \in \mathbb{R}$,

a) trovare per quali valori di k è definita negativa. (3 punti)

b) trovare per quali valori di k ha come autovalore -2 . (3 punti)
