Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v1)
24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $x - 2y + \lambda z = -3$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} (\lambda+2)x + y - 3z = -2 \\ -x + y + \lambda z = 2, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di λ. *(3 punti)*

b) Fissato $\lambda = 2$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (1, -3, 1)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $\lambda = 0$, trovare il piano contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to M_2(\mathbb{R})$, definita come segue:

$$T(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x + y & x + z \\ y - 2z & x + y + z \end{pmatrix}.$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = (\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right))$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $\left(\begin{smallmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 4 \end{smallmatrix}\right)$. *(3 punti)*

Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v2)

24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $k \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $kx + y + z = -2$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} 2x + (k-1)y = 2 \\ -3kx + 3y + z = 2, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di k. *(3 punti)*

b) Fissato $k = 3$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (-1, 0, 10)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $k = 1$, trovare il piano α contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$, definita come segue:

$$T\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = (x - y + t, y + 2z - t, 3x - y + 4z + t).$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = \left(\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \right)$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $(6, -5, 8)$. *(3 punti)*

Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v3)
24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $-x + (\lambda - 1)y = -3$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} 3y + (2-\lambda)z = 0 \\ x + y + z = 3, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di λ. *(3 punti)*

b) Fissato $\lambda = 2$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (1, -2, 3)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $\lambda = 0$, trovare il piano contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to M_2(\mathbb{R})$, definita come segue:

$$T(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + 5y - z & x \\ x + y - 2z & x + 3z \end{pmatrix}.$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = \left(\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \right)$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $\left(\begin{smallmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -5 \end{smallmatrix}\right)$. *(3 punti)*

Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v4)
24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -6 & -4 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $k \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $x + ky + 4z = -1$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} -2y + (2k-5)z = -1 \\ x + 3z = -2, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di k. *(3 punti)*

b) Fissato $k = 3$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (0, 5, 10)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $k = 1$, trovare il piano α contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$, definita come segue:

$$T \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = (-3y + 2t, x - y + z - t, -3x + y + 9z + t).$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = \left(\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \right)$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $(-5, 2, -4)$. *(3 punti)*

Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v5)
24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -7 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $\lambda \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $2x - (\lambda - 1)y + z = 3$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} 3y + (\lambda + 4)z = 0 \\ 2x + y = 3, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di λ. *(3 punti)*

b) Fissato $\lambda = 2$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (1, -3, 1)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $\lambda = 0$, trovare il piano contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to M_2(\mathbb{R})$, definita come segue:

$$T(x, y, z) = \begin{pmatrix} y - 3z & x - y + z \\ 2z & -5x + z \end{pmatrix}.$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = (\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right))$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $\left(\begin{smallmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -4 \end{smallmatrix}\right)$. *(3 punti)*

Nome e cognome .... **N. Matr.** ....

Terzo appello di Geometria e Algebra t (v6)
24 febbraio 2011

Rispondere UNICAMENTE su questi fogli, sintetizzando le motivazioni dei risultati ottenuti (es.: indicare i minori considerati nel calcolo di un rango).

---

1) Sia F l'applicazione lineare associata canonicamente alla matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Si trovi un sistema di equazioni cartesiane minime e una base di $\ker F$. *(3 punti)*

b) Si trovi una base dell'immagine di F. *(1 punto)*

2) Sia $k \in \mathbb{R}$. Dati nello spazio euclideo $\mathbb{R}^3$ il piano π di equazione $(k+1)x + y + z = 4$, e la retta r di equazioni $\begin{cases} -2x + (k-5)z = -6 \\ x - y + z = 1, \end{cases}$

a) studiare la loro posizione reciproca al variare di k. *(3 punti)*

b) Fissato $k = 3$, calcolare la distanza del punto $P \equiv (0, 5, 10)$ dal piano π. *(2 punti)*

c) Fissato $k = 1$, trovare il piano α contenente r e ortogonale a π *(4 punti)*.

3) Si consideri la trasformazione lineare $T : M_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$, definita come segue:

$$T \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = (2x + y + z, y - 2z + t, x + 6z + t).$$

a) Si scriva la matrice associata a T, rispetto alla base naturale $\tilde{\mathcal{B}}_3$ di $\mathbb{R}^3$ e alla base $\mathcal{B} = \left(\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \left(\begin{smallmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \right)$ di $M_2(\mathbb{R})$. *(2 punti)*

b) Si calcoli la controimmagine di $(7, -4, 5)$. *(3 punti)*
