

Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Corso di Laurea in Informatica per il Management
Martedì 10 settembre 2014

Nome e cognome :

Numero di matricola :

Firma:

Compilare la seguente dichiarazione.

Il/la sottoscritto/a..... (matricola.....)
autorizza/non autorizza (cancellare la voce che non interessa) i docenti del corso a
pubblicare sul sito Web il risultato della prova scritta, usando come identificativo il
numero di matricola.

Firma

1) Da un'urna contenente palline identiche numerate da 1 a 90 vengono estratte 5 palline senza reimbussolamento.

- a) Qual è la probabilità che venga estratto il numero 3?
- b) Qual è la probabilità che vengano estratti i numeri 4 e 20?
- c) Qual è la probabilità che vengano estratti tutti numeri pari?
- d) Siano X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 i numeri estratti nelle 5 estrazioni. Sia $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$. Calcolare $\mathbf{P}(Y)$.

Brutta copia

2) La coppia di numeri aleatori (X, Y) ha distribuzione congiunta discreta data da

$$\mathbf{P}(X = 1, Y = 1) = \frac{1}{16}, \quad \mathbf{P}(X = 1, Y = 2) = \frac{1}{16}, \quad \mathbf{P}(X = 1, Y = 3) = \frac{1}{8},$$

$$\mathbf{P}(X = 2, Y = 1) = \frac{3}{16}, \quad \mathbf{P}(X = 2, Y = 2) = \frac{3}{16}, \quad \mathbf{P}(X = 2, Y = 3) = \frac{3}{8}.$$

- a) Determinare la distribuzione di probabilità marginale di X e quella di Y .
- b) Calcolare $\mathbf{P}(X)$, $\sigma^2(X)$, $\mathbf{P}(Y)$, $\sigma^2(Y)$.
- c) Stabilire se X e Y siano stocasticamente indipendenti.
- d) Calcolare $\mathbf{cov}(X, Y)$.

Brutta copia

3) Sia X un numero aleatorio con densità di probabilità $p(x)$

$$p(x) = \begin{cases} K \sin(x) & \text{per } 0 \leq x \leq \pi, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- a) Calcolare la costante K .
- b) Calcolare $\mathbf{P}(\frac{\pi}{4} \leq X \leq \frac{3\pi}{4})$.
- c) Calcolare $\mathbf{P}(X)$.
- d) Calcolare $\sigma^2(X)$.

Brutta copia

4) I numeri aleatori X_1, X_2, \dots sono stocasticamente indipendenti subordinatamente alla conoscenza del parametro aleatorio Θ con densità subordinata

$$f(x|\theta) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{18}\right)$$

La densità a priori di Θ è data da

$$\pi_0(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-1)^2}{2}\right)$$

Si osservano i valori dei primi 2 numeri aleatori: $X_1 = 0.8, X_2 = 1.4$.

- a) Calcolare la densità a posteriori di Θ .
- b) Calcolare la previsione e la varianza a posteriori di Θ .

Brutta copia