

Prova scritta di Analisi Matematica T - 08/01/2019

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio - A.A 2018/19

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (1) Scrivere $\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}$ in forma trigonometrica.

Risolvere

$$(1 - \sqrt{3}i)z^6 = 1 + \sqrt{3}i.$$

e disegnare (approssimativamente) le soluzioni sul piano complesso.

- (2) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x-x^2} - \arctan(x-x^3) - \cos(2x+x^2)}{\sin(x+\pi)(2-\sqrt{4-x^2})}$$

ricordando che

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^5) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

- (3) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\sin^2(2x)} (\sin(2x) \cos(2x))^3 dx.$$

- (4) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il seguente integrale generalizzato converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{2 + \sqrt{x}}{x^{3\alpha} + x^{6\alpha}} dx.$$

- (5) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = e^{\sqrt{\frac{x^2-1}{x-2}}}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio,
- Limiti negli estremi del dominio,
- Intervalli di monotonia,
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti,
- Eventuali punti di non derivabilità.

(6) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = te^{y-t} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$