

Prova scritta di Analisi Matematica T - 08/01/2019

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio - A.A 2018/19

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (1) Scrivere $\frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}i}$ in forma trigonometrica.

Risolvere

$$(1 + \sqrt{3}i)z^4 = 1 - \sqrt{3}i.$$

e disegnare (approssimativamente) le soluzioni sul piano complesso.

- (2) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2 + \sin\left(\frac{x}{4}\right) - \log\left(1 + \frac{x}{2} - x^2\right)}{e^{x+1}(\cos x - 1)}$$

ricordando che

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

- (3) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} (\sin x \cos x)^3 dx.$$

- (4) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il seguente integrale generalizzato converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{x^{2\alpha} + x^{4\alpha}} dx.$$

- (5) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = e^{\sqrt{\frac{x^2-1}{x-2}}}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio,
- Limiti negli estremi del dominio,
- Intervalli di monotonia,
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti,
- Eventuali punti di non derivabilità.

- (6) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^{t-y}t \\ y(0) = 1. \end{cases}$$