

Prova scritta di Analisi Matematica T - 22/01/2019

Corso di Laurea in Ingegneria Civile e per l'Ambiente e il Territorio - A.A 2018/19

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

Si vuole sostenere la prova orale nel: II appello III appello.

(1) (6 punti) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^3} - 1 + \log(1 + \sin x) - 2 \tan x}{\cos(x + \pi) (1 - \sqrt{1 + x^3})}$$

ricordando che

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^5) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

$$(1 + x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2}x^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{6}x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (2) (4 punti) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = f(e^x + f^2(x)).$$

Calcolare $g'(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $g'(0)$, sapendo che

$$f(0) = 1, \quad f'(0) = e, \quad f(2) = 2,$$

$$f'(2) = 4, \quad f(1) = 0, \quad f'(1) = 3.$$

(le informazioni fornite sono sovrabbondanti).

- (3) (5 punti) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{e^{\frac{9}{2}x}}{e^{3x} + 1} dx.$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

- (4) (5 punti) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^{2\alpha} + n) \sin\left(\frac{1}{n^3 + n^\alpha}\right).$$

- (5) (5 punti) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = t \cos^2 y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

MATRICOLA..... NOME E COGNOME.....

(6) (7 punti) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = e^{\frac{|x-1|}{x+2}}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio,
- Limiti negli estremi del dominio,
- Intervalli di monotonia,
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti,
- Eventuali punti di non derivabilità.