Trovare il risultante delle eq.

$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$

$3x^2 - 10x + 8 = 0$ Trovato: $x-2$

Trovare il risultante delle eq.

$x^3 - ax^2 + 2ax - 15 = 0$ Risultante:

$x^2 - ax + 3 = 0$ $* \quad 18a^2 - 9a - 252$

con Eulero:

$-18a^2 + 9a + 252$

per $* = 0$ avrò radici comuni. $* = 0 \iff a = -\frac{7}{2} \vee a = 4$

$a = -\frac{7}{2}$ il resto precedente $(2a-3)x - 15$ diventa $-10x - 15$, radice comune: $x = -\frac{3}{2}$

$a = 4$ il resto precedente diventa $5x - 15$, radice comune: $x = 3$

Trovare il discriminante di

$$x^3-5x^2+8x-4=0$$

$f(x)=$

$$f'(x)=3x^2-10x+8$$

$$\varphi(x)=3f-xf'=3x^3-15x^2+24x-12$$

$$\begin{array}{r} -3x^3+10x^2-8x \\ \hline // \quad -5x^2+16x-12 \end{array}$$

Divisioni successive di f' e di φ: grado $a=0$

quindi $\exists$ radici almeno doppie di $f(x)=0$

Resto precedente: $-\frac{2x-4}{5}$ perciò $x=2$ è radice almeno doppia.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = 0 \qquad f'(x) = 2ax + b$$

$$\varphi(x) = 2f - xf' = 2ax^2 + 2bx + 2c$$

$$-2ax^2 - bx$$

$$// \quad bx + 2c$$

Eulero per f e φ:

$$\begin{vmatrix} b & 2c \\ 2a & b \end{vmatrix} = b^2 - 4ac$$

$f(x,y)$ si dice omogenea di grado n se
$\forall t \quad f(tx,ty)=t^n f(x,y)$

Curva $C: f(x,y)=0$ con f omogenea di grado n.

Se C non ha punti oltre a $O\equiv(0,0)$ fine dei discorsi.

Supponiamo che $\exists\, P\equiv(\bar{x},\bar{y})\neq O\equiv(0,0)$, $\in C$

Ma allora $f(\bar{x},\bar{y})=0$. Per l'omogeneità,
$f(t\bar{x},t\bar{y})=t^n f(\bar{x},\bar{y})=t^n\cdot 0=0$, perciò tutti i punti $P_t\equiv(t\bar{x},t\bar{y})$, formanti la retta OP, appartengono a C

Interseca $C: y = x^2$ con $r: x = 1$ $\to \frac{X_1}{X_0} - 1 = 0 \quad X_1 - X_0 = 0$

$\frac{X_2}{X_0} = \left(\frac{X_1}{X_0}\right)^2 \quad \frac{X_1^2}{X_0^2} - \frac{X_2}{X_0} = 0$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Nell'ampliamento proiettivo $C: X_2 X_0 = X_1^2$ e $r: X_1 = X_0$

$$\begin{cases} X_1^2 - X_2 X_0 = 0 \\ X_1 = X_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_0^2 - X_2 X_0 = 0 \\ X_1 = X_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} X_0 (X_0 - X_2) = 0 \\ X_1 = X_0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} X_0 = 0 \\ X_1 = 0 \end{cases} \ (0,0,1)}$$

$$\begin{cases} X_0 = X_2 \\ X_1 = X_0 \end{cases} \ (1,1,1)$$

$\varphi_1(x, y; a) = ax^2 - y \quad \varphi_2(x, y; a) = x - a$

$$\begin{cases} y - ax^2 = 0 \\ x - a = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y - ax^2 = 0 \\ a = x \end{cases} \qquad \begin{array}{l} y - x^3 = 0 \\ y = x^3 \end{array}$$

Per esempio!

$P \equiv (2, 8)$

$$\begin{cases} 8 - 4a = 0 \\ a - 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow a = 2 \qquad \begin{array}{l} y - 2x^2 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}$$

si intersecano in P

$$\varphi_1 = y - a x^2 \qquad \varphi_2 = y - a x^3$$

$$\begin{cases} -y + a x^2 = 0 \\ -y + a x^3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{vmatrix} x^2 & -y \\ x^3 & -y \end{vmatrix} = -x^2 y + x^3 y = x^2 y (x-1)$$