Portare in forma cartesiana la curva

$$\mathcal{C}: \begin{cases} x = u^2 - u \\ y = u^3 + u^2 \end{cases}$$

$y^2 - 5xy - 2y - x^3 + 2x^2 = 0$

Denom. : $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

Provare (nei due modi) a portare in f. cart.

$$\begin{cases} x = u^3 - u \\ y = u^4 - 5u^2 + 5 \end{cases}$$

tangente: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$$\frac{x - x_0}{1} = \frac{y - y_0}{f'(x_0)}$$

normale: $1(x - x_0) + f'(x_0)(y - y_0) = 0$

$$y - y_0 = -\frac{f'_x(x_0, y_0)}{f'_y(x_0, y_0)}(x - x_0)$$

tangente

$$f'_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f'_y(x_0, y_0)(y - y_0) = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ f_1(\bar{u}) & f_2(\bar{u}) & f_3(\bar{u}) \\ f_1'(\bar{u}) & f_2'(\bar{u}) & f_3'(\bar{u}) \end{vmatrix} = 0$$

$$x = \frac{x_1}{x_3} \quad y = \frac{x_2}{x_3}$$

$$\begin{cases} x = f(u) \\ y = \varphi(u) \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = f(u) \\ x_2 = \varphi(u) \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

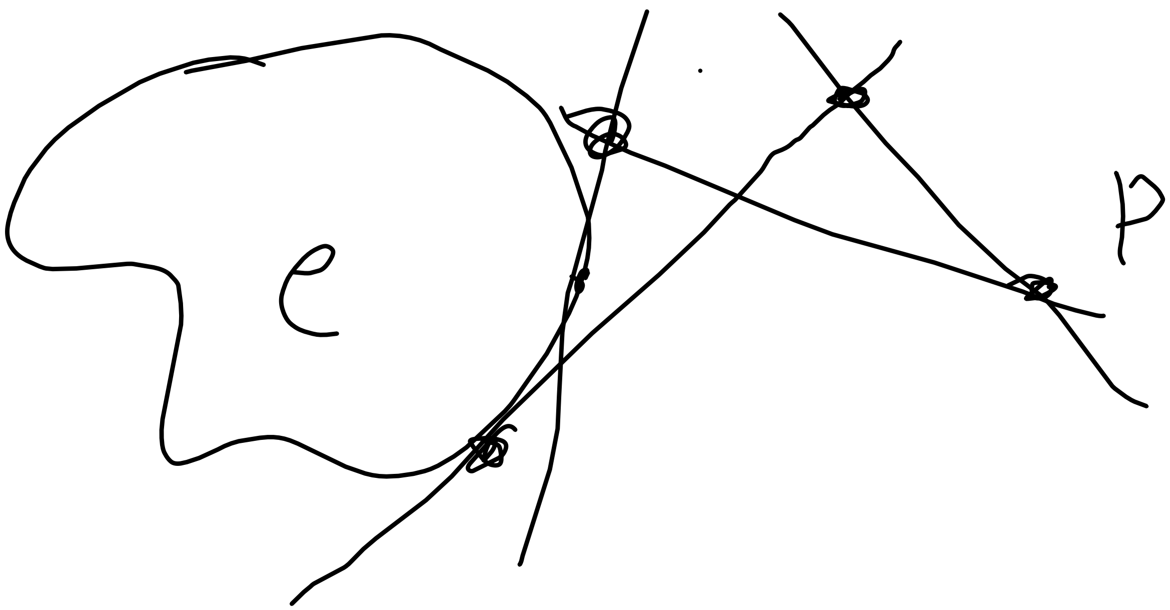
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ f(\bar{u}) & \varphi(\bar{u}) & 1 \\ f'(\bar{u}) & \varphi'(\bar{u}) & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} (x-f(\bar{u})) & (y-\varphi(\bar{u})) & 0 \\ f(\bar{u}) & \varphi(\bar{u}) & 1 \\ f'(\bar{u}) & \varphi'(\bar{u}) & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\varphi'(\bar{u})(x-f(\bar{u})) - f'(\bar{u})(y-\varphi(\bar{u})) = 0$$

$$\frac{y-\varphi(\bar{u})}{\varphi'(\bar{u})} = \frac{x-f(\bar{u})}{f'(\bar{u})}$$

Data una curva $\mathcal{C}$ e un punto P, Podaria di $\mathcal{C}$ da P (o di polo P) è il luogo delle intersezioni delle tangenti a $\mathcal{C}$ con le rispettive normali condotte da P.



Podarie di $\mathcal{C}: y = x^2$ da $P \equiv (0,0)$

$\mathcal{C}: \begin{cases} x = u \\ y = u^2 \end{cases}$ $P_u \equiv (u, u^2)$ $t_u: y - u^2 = 2u(x-u)$ $\frac{y-u^2}{2u} = \frac{x-u}{1}$

$y - u^2 = 2ux - 2u^2$

$u^2 - 2ux + y = 0$

$n_u: 1(x-0) + 2u(y-0) = 0$

$x + 2uy = 0$

$\begin{cases} u^2 - 2ux + y = 0 \\ 2uy + x = 0 \end{cases}$

$\boxed{4y^3 + 4x^2y + x^2 = 0}$ denom: $4y^2 = 0$