

Esiste la geometria applicata?

Massimo Ferri

Dip. di Matematica, Bologna

Abstract. *Some application oriented geometry research in Italy is illustrated: from cortex models to 3D shape reconstruction and comparison, to phonetics.*

In realtà la domanda del titolo dovrebbe essere: "Esiste la geometria applicata oggi?" oppure "Esiste la geometria applicata in Italia?". Già, perché sia nel passato sia in altri paesi la risposta è positiva. Non è un mistero che anche la geometria nel senso moderno del termine sia nata da esigenze concrete, magari con il tramite della fisica. Che poi i matematici spingano le proprie speculazioni al di là dello spunto iniziale è non solo naturale, ma auspicabile.

Nel mondo anglosassone da tempo si è scoperto che la geometria ha risvolti applicativi notevoli e ... remunerativi; esempi eclatanti sono i suoi utilizzi in visione artificiale ("Computer vision") e in grafica al calcolatore ("Computer graphics"). In Italia forse si soffre della reazione - comprensibile ma secondo me esagerata - alla pressione politica che pretende un risvolto pratico immediato per qualunque attività intellettuale. In realtà tale pressione è il frutto di un ambiente culturale immaturo (di cui comunque la politica non è priva di responsabilità): la domanda "Ma a cosa serve?" insegue ogni matematico fin dai primi studi. Il risultato è che per reazione la comunità italiana dei ricercatori in geometria sembra disdegnare le applicazioni. Ma forse, finalmente, qualcosa sta cambiando.

1. Qualche esempio di geometria applicata italiana

Senza pretese di completezza, ecco qualche indizio di un nuovo atteggiamento da parte di alcuni gruppi italiani che riconoscono, in temi concreti, degli spunti per adattare geometria esistente o ancora meglio per crearne di nuova.

1.1 Geometria subriemanniana e corteccia visiva

Certi effetti visivi, come la possibilità di estrapolare la forma e la posizione di un oggetto parzialmente occluso, sono un vero rompicapo per chi si occupa di

visione sia umana sia artificiale. L'esame della corteccia visiva dal punto di vista biologico rivela la presenza di cellule specializzate, ma solo un opportuno modello geometrico riesce a coordinarne la natura in una struttura coerente. L'uso della geometria subriemanniana non solo spiega l'insorgere di tali fenomeni, ma ne permette perfino una simulazione al computer (v. Fig. 1): Citti e Sarti (2006).

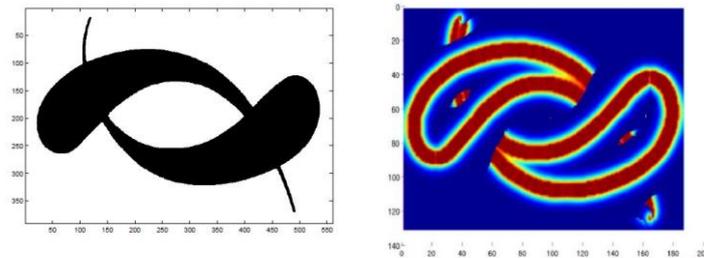


Figura 1: i "pesci di Kanisza" e una loro ricostruzione spaziale mediante il modello di Citti e Sarti.

1.2 Geometria algebrica e visione artificiale

Bertolini Besana e Turrini (2008) affrontano il problema della ricostruzione di una scena 3D da una o più immagini dal punto di vista proiettivo; così facendo esaminano il luogo critico costituito dai centri di proiezione e dagli insiemi di punti "proibiti" e lo studiano con i metodi della geometria algebrica.

1.3 Geometria e topologia di forme 3D

Sarebbe troppo difficile render conto della vastissima attività della sezione genovese dell'IMATI-CNR., non casualmente un istituto non universitario. Vi si svolge una ricerca magnificamente equilibrata fra teoria (grafi di Reeb, teoria discreta di Morse, laplaciano di un grafo, desingularizzazioni, topologia persistente, ecc.) e applicazione (codifica e condivisione di dati 3D, meteorologia, applicazioni biomediche). Un riferimento esemplificativo: Spagnuolo e Falcidieno (2009).

1.4 Geometria, grafi e fonetica

La percezione e classificazione delle vocali è fortemente dipendente dal substrato culturale. Allora Gewurz e Vietri (2007) affrontano la modellazione del fenomeno mediante un opportuno spazio geometrico e la teoria dei grafi.

1.5 Topologia persistente e confronto di forme

Il mio piccolo gruppo, in particolare nella persona di Patrizio Frosini, studia da due decenni l'omologia e omotopia dei sottolivelli di una funzione definita su uno spazio topologico (normalmente una varietà) a valori in \mathbf{R}^n ; si veda per esempio Cerri e Frosini (2010). Si tratta della Teoria della Taglia, poi divenuta Topologia Persistente quando, nove anni dopo, alcuni gruppi attivi negli USA hanno indipendentemente riscoperto la teoria. Le applicazioni che abbiamo esplorato sono disparate: dal riconoscimento di forme al recupero di immagini, fino all'autenticazione di firme. Ne abbiamo anche tratto un valido progetto europeo per la diagnosi precoce di melanomi.

1.6 C'è molto altro

Per fortuna l'elenco non finisce qui: ci sono le prototipizzazioni di superficie a Cagliari, la geometria differenziale per sistemi mobili a Pisa, la geometria proiettiva per i sistemi di sicurezza a Genova e ancora molto altro, magari come ricerca marginale ma finalmente non nascosta e non disprezzata.

Bibliografia

- Bertolini M., Besana GM., Turrini C. (2008). Reconstruction of Some Segmented and Dynamic Scenes: Trifocal Tensors in \mathbb{P}^4 Theoretical Set Up for Critical Loci, and Instability. In: *Advances in visual computing*, LNCS 5359/2008, 1125-1136.
- Cerri, A., Frosini, P. (2010). Advances in multidimensional Size Theory, *Image Analysis and Stereology* 29, 19-26.
- Citti G., Sarti A. (2006). A Cortical Based Model of Perceptual Completion in the Roto-Translation Space. *J. Math. Imaging Vis.* 24, 307-326.
- Gewurz D.A., Vietri A. (2007). A combinatorial approach to the phonetic similarity of languages. *Mathém. et Sc. Humaines* 179, 21-44.
- Spagnuolo M., Falcidieno B. (2009). 3D Media and Semantic Web. In: *Ieee Intelligent Systems*, 24(2), S. Staab (ed.). IEEE, 90 - 96.