

## COMPITO DI GEOMETRIA 2

12 LUGLIO 2019

**Esercizio 1.** Sia  $f : X \rightarrow Y$  continua con  $Y$  Hausdorff e localmente compatto. Supponiamo che  $f$  abbia la seguente proprietà:

Per ogni compatto  $K \subset Y$  esiste un compatto  $H \subset X$  tale che  $f(H) = K \cap f(X)$ .

- i) Mostrare che  $f(X)$  è chiuso in  $Y$ .
- ii) L'applicazione  $f$  è chiusa?

**Esercizio 2.** Sia  $Z = \{(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2 \mid z_1 - z_2 = 0\}$ . Mostrare che  $\mathbb{C}^2 \setminus Z$  è connesso per archi, e calcolarne il gruppo fondamentale.

**Esercizio 3.** Sia  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  la curva definita da  $\gamma(t) = 8e^{2\pi it}$ . Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{z^4 + 1}{z^4 + 2z^2 + 1} dz$$