Gruppi e politopi di Coxeter in geometria iperbolica

Speaker: Stefano Riolo

Abstract: I gruppi di riflessione, le cui origini risalgono alla Grecia antica con i poligoni e i poliedri, appaiono in svariate aree di ricerca della matematica contemporanea, tra cui algebra, analisi, combinatoria, dinamica, geometria, geometria algebrica, teoria dei numeri e topologia. Se ne parlerà da un punto di vista geometrico-topologico, con l'obiettivo utopistico di enunciare e dimostrare, magari più in là, qualcosa sulla topologia delle varietà iperboliche di dimensione non troppo alta.

Bibliografia:

- *Vinberg, Shvartsman - Geometry II, Discrete Groups of Motions of Spaces of Constant Curvature*
- *Davis - The Geometry and Topology of Coxeter Groups*
- *Humphreys - Reflections Groups and Coxeter Groups*

Per approfondire:

Traduzione libera da un survey** di Igor Dolgachev:

La teoria dei gruppi discreti d'isometrie generati da riflessioni, che risale alla matematica antica, nasce con lo studio dei poligoni regolari nel piano e dei poliedri nello spazio. Un po' di nomi di matematici più recenti: Klein, Poincaré, Möbius, Schläfli, Cartan, Killing, Coxeter, Vinberg. Al giorno d'oggi, è difficile trovare un* matematic* che non ha incontrato dei gruppi di riflessioni nella sua area di ricerca.
Così un* geometra li vede come esempi di gruppi discreti d'isometrie o esempi speciali di politopi convessi nelle 3 geometrie a curvatura costante: euclidea, sferica e iperbolica.
Un* algebrista li trova in teoria dei gruppi, specialmente dei gruppi di Coxeter, in teoria degli invarianti e in teoria delle rappresentazioni.
Un* combinatorialist* potrebbe vederli nella teoria degli arrangiamenti d'iperpiani e nella combinatoria dei gruppi di permutazioni.
Un* teoric* dei numeri li incontra in teoria aritmetica delle forme quadratiche e delle forme modulari.
Per un* topolog* si possono presentare nello studio delle varietà iperboliche reali e complesse (o più in generale asferiche), in topologia della dimensione bassa e teoria delle singolarità (orbifolds).

Un* analista li vede nella teoria delle funzioni ipergeometriche e forme automorfe, dinamica complessa in dimensione alta ed equazioni differenziali ordinarie.
Un* geometra algebric* ne incontra ad esempio uno di 27 rette su una superficie cubica, alcuni sono sottogruppi del gruppo di Cremona o gruppi di automorfismi biraizonali di qualche superficie K3, altri spuntano risolvendo alcune singolarità di superfici algebriche.

** Coxeter groups in algebraic geometry, *Bull. Amer. Math Soc.* **45(1)** 1-60, 2008.