

Metodi Numerici per l'ingegneria LS

a.a. 2008–2009

Problemi test per esercitazione 3

Problema di diffusione, trasporto e reazione.

$$\alpha u'' + \beta u' + \gamma u = f, \quad x \in [a, b]$$

1. Problema di diffusione $f = 4\pi^2 \sin(2\pi x)$; $\alpha = 1$; $\beta = 0$; $\gamma = 0$; soluzione esatta $u = \sin(2\pi x)$ condizioni al contorno Dirichlet.

2. Diffusione con carico non regolare:

$$f = (x^2 * (x < 1)) + (- (x-2)^2 * (x \geq 1))$$

$\alpha = 1$; $\beta = 0$; $\gamma = 0$; soluzione esatta

$$u = ((-x^4/12 + x/12) * (x < 1)) + (((x-2)^4/12 + x/12 - 1/6) * (x \geq 1));$$

$a = 0, b = 1$ Condizioni al bordo Dirichlet omogenee.

3. Problema di diffusione e reazione:

$$f = 0, \alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 4;$$

soluzione esatta $u = 10 * \cosh(2(1-x)) / \cosh(2)$ condizioni al contorno:
 $a = 0, u(a) = 10, b = 1, u'(b) = 0$

4. Problema di diffusione e trasporto

$$f = -1, \alpha = 1e-2, \beta = 1, \gamma = 0$$

soluzione esatta:

$$u = -1 * (x + 1 / (-1 + \exp(1/1e-2))) - 1 / (-1 + \exp(1/1e-2)) * \exp(1/1e-2 * x),$$

$a = 0, b = 1$ Condizioni al bordo Dirichlet omogenee.

5. Problema di diffusione, trasporto e reazione

$$\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 1, f = 2\sin(x) + 0.5\cos(x)$$

soluzione esatta $u = \sin(x)$. Condizioni al bordo di Robin:

$$0.5u(a) - u'(a) = \sin(a) - \cos(a), \quad 0.5u(b) - u'(b) = \sin(b) - \cos(b)$$