

**Esercitazione 2 :**

**Risolvere in ambiente Matlab i seguenti esercizi.**

**PRIMA DI INIZIARE:**

Scaricare dall'indirizzo

[http://www.mathworks.com/moler/index\\_ncm.html](http://www.mathworks.com/moler/index_ncm.html)

i capitoli *interp* e *least squares*.

File utilizzati del pacchetto *ncm*:

- *polyinterp*: interpolazione Lagrange
- *piecelin*: interpolazione lineare a tratti
- *interpui*: confronto tra diverse strategie interpolanti

Altri files:

- *polyinterpN*: interpolazione Newton

1. Si calcoli il polinomio interpolante della funzione

$$F(x)=\sin(x)$$

definita sull'intervallo  $[-\pi;\pi]$  impiegando 5, 11, 21, 41 punti equispaziati, implementando entrambi i polinomi interpolanti di Lagrange e di Newton. Si valuti il comportamento dell'errore (in norma inf).

2. Si ripeta l'esercizio precedente con la funzione di Runge

$$F(x)=1/(1+x^2).$$

nell'intervallo  $[-5 ; 5 ]$  impiegando 5, 11, 21, 41 e 81 nodi equispaziati, valutando l'errore di interpolazione.

Provare successivamente una interpolazione lineare a tratti (*piecelin*), valutando l'errore commesso.

3. Data

$$F(x) = \sin(x^2),$$

definita sull'intervallo  $[0 , 3]$ :

- si costruisca l'interpolante lineare polinomiale a tratti di  $F$  usando successivamente  $n = 2, 4, 8, 16, 32, 64$  e  $128$  punti equispaziati;
  - per ciascun valore di  $n$ , determinare l'errore di interpolazione e riportare i valori così ottenuti in un grafico doppio logaritmico, in funzione dell'ampiezza della triangolazione  $h = (b-a)/n$
4. Realizzare lo script ***interpola.m*** che calcoli il polinomio interpolante in  $[a,b]$  di grado  $n$  di un insieme di punti  $P_i=(x_i,y_i)$  con  $x_i$  a scelta dell'utente:
    - punti  $x_i$  equidistanti;
    - punti  $x_i$  definiti dagli zeri dei polinomi di Chebychev :

$$x_i = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2(i-1)+1}{2(n+1)} * \pi\right), \quad i = 1, \dots, n+1$$

e  $y_i$  ottenuti dalla campionamento (valutazione) nei punti  $x_i$  della funzione

$$y = \sin(x) - 2\sin(2x).$$

Si utilizzi il metodo di Lagrange, quello Newton, l'interpolazione lineare a tratti e provare l'interpolazione a tratti con spline cubiche (built-in function **spline()**).

Lo script infine visualizzi in uno stesso grafico la funzione test da interpolare, i punti di interpolazione e i due polinomi interpolanti.

Modificare lo script affinché consideri la funzione test da interpolare  $y=1/(1+x^2)$ ,  $x \in [-5,5]$  (funzione di Runge)

Verificare cosa succede al variare del grado  $n$ .

5. Realizzare l'esercizio 3.4 del capitolo *interp* del Moler utilizzando le funzioni di interpolazione finora viste.
6. Realizzare l'esercizio 5.8 *a-b* del capitolo *least squares* del Moler (per calcolare l'approssimante polinomiale utilizzare la funzione *polyfit* di Matlab).
7. La temperatura  $T$  in prossimità' del suolo varia al variare della concentrazione  $k$  dell'acido carbonico e della latitudine  $L$ . Per  $k=1.5$  la temperatura al suolo subisce una variazione dipendente dalla temperatura secondo la seguente tabella

L	-55	-45	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35	45	55	65
T	3.7	3.7	3.52	3.27	3.2	3.15	3.15	3.25	3.47	3.52	3.65	3.67	3.52

Si vuole costruire un modello che descriva la legge  $T=T(L)$  anche per latitudini non misurate, per esempio si vuole valutare la variazione di temperatura a Roma ( $L=42^\circ$ ).

Sperimentare nello script **test.m** le seguenti tecniche:

- Approssimazione nel senso dei minimi quadrati con un polinomio di grado 1 e 2;
- Interpolazione polinomiale;
- Interpolazione con spline cubiche.