

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale/ Meccanica

Laboratorio di Analisi Numerica

A.A. 2015/2016 – II Ciclo

Esercitazione 5

Creare una cartella <cognome> in C: dove verranno salvati i file creati nella sessione di lavoro.
Appena entrati in MATLAB posizionarsi in <cognome>.
Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

La build-in function MATLAB $Y = \text{polyval}(c, xval)$

valuta un polinomio mediante algoritmo di Horner, nei punti specificati nel vettore $xval$. Il polinomio è definito dai suoi coefficienti in ordine di potenza decrescente. Per un polinomio di grado N , c è il vettore di lunghezza $N+1$:

$$Y = c(1)*X^N + c(2)*X^{(N-1)} + \dots + c(N)*X + c(N+1)$$

La build-in function MATLAB $c = \text{polyfit}(x, y, N)$

determina i coefficienti di un polinomio di grado N di approssimazione nel senso dei minimi quadrati con il metodo delle equazioni normali che approssima i dati nei vettori X, Y . Ritorna i coefficienti del polinomio in un vettore c di lunghezza $N+1$ come mostrato sopra.

INTERPOLAZIONE

1. Realizzare lo script *interpola.m* che calcoli il polinomio interpolante di grado n di un insieme di punti $P_i = (x_i, y_i)$ con x_i a scelta dell'utente:

- punti x_i equidistanti (utilizzare $x = \text{linspace}(a, b, n+1)$);
- punti x_i definiti dagli zeri dei polinomi di Chebychev:

$$x_i = \frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2} \cos\left(\frac{2(i-1)+1}{2(n+1)} * \pi\right), \quad i = 1, \dots, n+1$$

e y_i ottenuti dalla valutazione nei punti x_i della funzione $y = \sin(x) - 2\sin(2x)$. Si utilizzi sia il metodo di Newton (utilizzare *InterpN.m*, *HornerN.m*), sia l'interpolazione a tratti con spline (built-in function *spline()*). Lo script infine visualizza in uno stesso grafico la funzione test da interpolare, i punti di interpolazione ed i due polinomi interpolanti.

Modificare lo script affinché consideri la funzione test da interpolare $y = 1/(1+x^2)$, $x \in [-5, 5]$ (funzione di Runge)

Osservare cosa succede al variare del grado n .

2. Siano assegnati i seguenti dati da interpolare:

X	2010.5	2011.5	2012.5	2013	2013.5	2014
Y	8	4.5	3.5	5	6.6	4

Si vuole costruire un modello f che descriva la legge $y=f(x)$ anche per dati non misurati. Si vuole inoltre utilizzare il modello costruito per valutare $f(x)$ in $x=2012$.

Sperimentare nello script **ex2.m** le seguenti tecniche:

- interpolazione con un unico polinomio nella base di Newton (metodo di Newton e HornerN);
- interpolazione con un unico polinomio nella base delle potenze ($Vc=Y$ con V matrice di Vandermonde); calcolare e stampare il condizionamento della matrice V .
- interpolazione con spline cubiche

Lo script visualizza in figura 1 in uno stesso grafico i punti di interpolazione e i tre polinomi interpolanti determinati.

Si vuole ora approssimare i dati della tabella mediante approssimazione ai minimi quadrati di grado 2. Sperimentare nello script **ex2.m** le seguenti tecniche:

- approssimazione nel senso dei minimi quadrati con un polinomio di grado 2 mediante metodo delle equazioni normali (utilizzo di **polyfit()**);
- approssimazione nel senso dei minimi quadrati con un polinomio di grado 2 mediante metodo LSQR (risolvendo quindi $Hc=Y$, con c coefficienti polinomio approx. e

$$H=[\text{ones}(6,1) \quad X \quad (X.^2)];$$

Lo script visualizza in figura 2 in uno stesso grafico i punti di approssimazione e i polinomi approssimanti determinati.

3. I seguenti dati si riferiscono alla portata d'acqua di un fiume italiano, misurata mensilmente in m³/sec.

mese	G	F	M	A	M	G	L	A	S	O	N	D
portata	12.5	13.1	11.7	9.3	8.3	6.3	5.3	4.6	5.1	6.4	10.3	13.9

Supponiamo che le misure siano state prese tutte il primo del mese. Determinare quale è stata la portata d'acqua il 10 di maggio e il 15 di luglio. Visualizzare il grafico dei punti di interpolazione, degli interpolanti polinomiale e spline e dei due punti richiesti.

4. **Simulazione del percorso di un braccio meccanico di un robot controllato mediante curve spline.** Realizzare uno script **robot.m** che, dati in input una sequenza di punti di coordinate (x,y) che rappresentano punti lungo una traiettoria sulla quale la mano del robot deve muoversi, calcoli la spline cubica di interpolazione delle coppie dei corrispondenti angoli (spline con derivate agli estremi nulle, poiché si suppone che il robot parta e arrivi con velocità zero). Il programma salvi in output il file dati **motori.dat** contenente la sequenza degli opportuni valori degli angoli (da fornire ai due motori che pilotano i joint).

Il programma deve permettere l'inserimento dei punti iniziale, intermedi e finale e quindi visualizzare lo spostamento lungo la traiettoria calcolata.

Supponendo le lunghezze dei bracci $L_1=L_2=0.5$, sfruttare le seguenti relazioni tra posizioni (x,y) ed angoli:

$$R^2 = x^2 + y^2; \quad \cos(\theta_2) = \frac{R^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}; \quad \cos(\beta) = \frac{R^2 + L_1^2 - L_2^2}{2L_1R}; \quad \alpha = \arctan \frac{y}{x}$$

$$\theta_1 = \begin{cases} \alpha + \beta & \text{se } \theta_2 < 0 \\ \alpha - \beta & \text{se } \theta_2 \geq 0 \end{cases}$$