

**Corso di Laurea Magistrale in  
Ingegneria Biomedica  
e Ingegneria elettronica e telecomunicazioni per l'energia  
Laboratorio di Analisi Numerica  
A.A. 2019/2020 – I Ciclo**

## Esercitazione 5

Risolvere in ambiente MATLAB i seguenti esercizi.

### LA FUNZIONE MATLAB **diff**

La funzione **diff(x)**, **x vettore** calcola le differenze tra valori adiacenti di un vettore:

$$x=[x(1) \ x(2) \ ... \ x(n)] \rightarrow \text{diff}(x)=[x(2)-x(1) \ x(3)-x(2) \ ... \ x(n)-x(n-1)]$$

La funzione **diff(x,n)** calcola la differenza n-esima di ogni punto del vettore x.

Esempio  $\text{diff}(x,2) = \text{diff}(\text{diff}(x))$  derivata seconda

La funzione **diff(X)**, **X matrice**, è la matrice delle differenze per riga,  $[X(2:n,:) - X(1:n-1,:)]$

La funzione **diff(X,n,DIM)** è la matrice delle differenze n-esime lungo la dimensione DIM.

Se  $N \geq \text{size}(X, \text{DIM})$ , diff returna una matrice vuota.

La funzione **b=polyder(P)** calcola le derivate del polinomio i cui coefficienti sono elementi del vettore P.

1. a) Calcolare un'approssimazione di  $f'(x)$  con  $f(x) = \text{atan}(x)$  in  $x = \sqrt{2}$ , utilizzando lo schema di approssimazione alle differenze indietro, avanti e centrali. Sapendo che il valore esatto è  $1/3$ , fare uno script **ex1.m** che faccia il plot  $\log\log(h, \text{err})$  dell'errore relativo commesso al variare del passo h nell'intervallo

$$h \in [2^{-32}, 2^{-1}]$$

b) Calcolare le derivate della stessa funzione utilizzando iterativamente l'extrapolazione di Richardson. Visualizzare i due grafici  $\log\log(h, \text{err})$  per err errore commesso nell'approssimazione della derivata prima con Richardson e l'errore relativo con schema differenze finite centrale al variare di h nel range.

2. **Caduta di un grave (ex2.m).** Una pallina viene lasciata cadere da 2m di altezza rispetto al suolo. La sua posizione è campionata ogni 10ms (frequenza di campionamento=100Hz) mediante un'apparecchiatura stereo-fotogrammetrica. Supponendo trascurabile l'attrito dell'aria e riferendoci ad un sistema di riferimento xyz solidale col laboratorio:

- a) Si esprima la legge del moto  $z=z(t)$  dove z è diretto verso l'alto con origine al suolo. Si consideri un'accelerazione di gravità pari a  $9.81 \text{ m/s}^2$  e velocità iniziale nulla. L'intervallo di osservazione inizia al rilascio della pallina e termina al contatto con il suolo.
- b) Si definisca un vettore in Matlab contenente la quota z in ogni istante campionato
- c) Si generi (funzione **randn**) una sequenza di rumore a distribuzione normale con valor medio nullo e deviazione standard pari a 0.5 mm. Questo rumore rappresenta l'errore stereo-fotogrammetrico

- d) Si sommi tale rumore alla quota definita al punto 2)
  - e) Si stimi l'accelerazione di gravità a partire dal dato di posizione (derivata seconda). Si consideri dapprima il dato 2), poi il dato 4). Cosa notate?
  - f) Proponete un metodo alternativo per la stima dell'accelerazione di gravità a partire dal segnale di spostamento. Il problema si riconduce all'approssimazione polinomiale di un insieme di punti.
3. **Edge detector (ex.3).** I metodi classici per la determinazione dei contorni di regione omeogenee in immagini si basano su stime del gradiente della funzione immagine  $F(x,y)$ , con  $(x,y)$  pixel nel piano immagine. La variazione della funzione immagine e' descritta dal gradiente che punta nella direzione di massima variazione della funzione. La direzione del contorno (edge) risulta ortogonale al gradiente.
- Dopo aver visualizzato un'immagine a livelli di grigio, calcolare per ogni pixel il modulo del gradiente approssimato da differenze finite in avanti in x ed y e visualizzare l'immagine

'edge' risultante.

$$|\nabla X|^2 = \left( \frac{\partial X}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial X}{\partial y} \right)^2$$

Esempio di lettura di un'immagine in MATLAB:

```
clf
XX=imread('ET.jpg','jpg') % o altro formato immagine
X=int16(XX(:,:,1));
image(X);
colormap(gray)
axis off
```