

Progetto ODE 27

MODELLO A COMPARTIMENTI PER IL TEST DELLA BROMOSULTFALEINA

INTRODUZIONE AL PROBLEMA

Sistemi a compartimenti

Un sistema a compartimenti è costituito da un numero finito di compartimenti interagenti attraverso lo scambio di materiale di cui si tiene conto con relazioni inter-compartmentali. Di solito i compartimenti vengono rappresentati con blocchi collegati da frecce.

È da sottolineare che la schematizzazione del sistema allo studio come un sistema a compartimenti corrisponde ad una impostazione che congloba tutti i fenomeni fisico-chimici di ciascun trasferimento e/o di ciascuna trasformazione in una relazione intercompartimentale.

Normalmente, oltre a quelle insite nella definizione di compartimento, vengono fatte le seguenti ipotesi semplificative:

- *costanza del volume* di ciascun compartimento;
- *linearità*: la quantità di sostanza che, nell'unità di tempo, esce da un compartimento è proporzionale alla quantità di sostanza presente nel compartimento;
- *stazionarietà (o tempo invarianza)*: le relazioni intercompartimentali sono a coefficienti costanti nel tempo.

Test della Bromosultaleina (BSF)

La BSF è un pigmento usato come *indicatore* in prove di funzionalità epatica. Queste prove consistono in una rapida iniezione endovenosa di una piccola quantità di colorante, di solito proporzionale al peso del paziente e nella successiva misura, ad istanti prefissati, della concentrazione plasmatica del colorante; in questo modo si ottiene la cosiddetta *curva di scomparsa* o di *decadimento* plasmatico della sostanza. Per l'analisi di questa curva si assume di solito un modello a due compartimenti (Fig. 1) nel quale si tiene conto soltanto degli scambi di colorante fra plasma sanguigno e tessuto epatico e della eliminazione dal circolo mediante fissazione nel fegato. Viene trascurato l'assorbimento del colorante da parte dei tessuti, dell'intestino e dei reni.

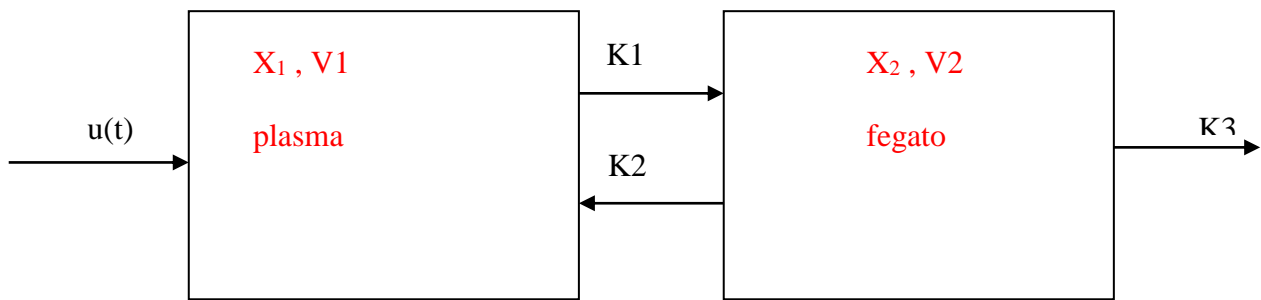


Figura 1 : Modello a compartimenti per al cinetica della BSF.

k_1, k_2 sono coefficienti di scambio (> 0)

k_3 è il coefficiente di eliminazione o di fissazione (> 0)

$x_1(t)$ è la quantità di colorante nel compartimento plasmatico,

$x_2(t)$ è la quantità di colorante nel compartimento epatico,

V_1 è il volume di plasma,

V_2 è il volume di distribuzione del compartimento epatico,

$u(t)$ è la portata di colorante iniettata nel plasma.

DESCRIZIONE DEL MODELLO MATEMATICO

Le equazioni relative al bilancio per i due compartimenti sono:

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = -m_1 X_1 - m_2 X_2 + u \\ \frac{dX_2}{dt} = m_1 X_1 - m_4 X_2 \end{cases}$$

Dove $m_1 = k_1/V_1$, $m_2 = k_2/V_2$, $m_3 = k_3/V_2$, $m_4 = (k_2 + k_3)/V_2$.

Si risolva per via numerica il sistema di due equazioni differenziali ordinarie del 1°ordine con dati iniziali $V_1=2.5$ L, che rappresenta il volume del plasma, $V_2=1$, e $k_1=2$ L/min, $k_2=1$ L/min, $k_3=0.6$ L/min .

Si consideri $X_{20}=0$ mg, questo significa che a riposo non è presente bromosulfaleina nel sangue, e $X_{10}=70$ mg/L*2.5 L , che è il quantitativo medio di BSF iniettata in un paziente all'inizio del test. Calcolare gli autovalori della matrice dei coefficienti, e verificare se il problema è stiff, risolvere con metodi numerici adeguati e confrontarli.