

Progetto9) ODE crescita dei tumori

La Pennsylvtucky Pharmaceutical è impegnata nel tentativo di modellizzare la crescita di certi tipi di tumori. In base ad alcune ipotesi semplificative, è stata in grado di determinare l'equazione differenziale:

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{1}{3} S_i R + \frac{2\lambda\sigma}{\mu R + \sqrt{\mu^2 R^2 + 4\sigma}}, \quad R(0) = a,$$

dove $R(t)$ indica il raggio del tumore (ipotizzato sferico); λ e μ sono parametri di scala, S_i misura la velocità con cui le cellule al centro del tumore muoiono e σ rappresenta un livello nutritivo.

Per studiare questo modello, gli scienziati della Pennsylvtucky Pharmaceutical devono risolvere questa equazione differenziale accuratamente per diversi insiemi di parametri.

- (a) Risolvere il problema per $\lambda = \mu = 1$, $a=0.25$, $S_i=0.8$ e $\sigma=0.25$. Usare metodi espliciti ad impliciti ad uno e più passi per risolvere il problema e mostrare che il raggio del tumore si avvicina ad un valore limite per t che tende ad infinito.
- (b) Ripetere con i parametri: $\lambda = \mu = 1$, $a=0.50$, $S_i=0.9$ e $\sigma=0.05$, cosa succede in questo caso?
- (c) Modellizziamo qualche trattamento per il tumore descritto dall'equazione differenziale data. Nei precedenti esercizi si è supposto un livello nutritivo costante. Supponiamo di essere in grado di diminuire il livello nutritivo secondo il modello

$$\sigma(t) = \sigma_{\infty} + (\sigma_0 - \sigma_{\infty})e^{-qt}$$

Dove σ_0 è il livello nutritivo iniziale, σ_{∞} il livello nutritivo asintotico e q misura la velocità con cui il livello nutritivo diminuisce.

Studiare l'effetto di varie scelte di questi parametri sulla crescita del tumore, in base alle osservazioni ai punti precedenti.