

Progetto ODE 33

Simulazione numerica della biomeccanica del salto in lungo.

1. INTRODUZIONE AL PROBLEMA

Nel 1968 ai Giochi Olimpici di Città del Messico, Bob Beamon stabilì un nuovo record di salto in lungo coprendo una distanza di 8,9 m; risultato 0,8 m più lungo del precedente record. Soltanto una volta, ad oggi, quel salto è stato superato: nel 1991, a Tokyo, Mike Powel saltò 8,95 m. Questa simulazione esamina la possibilità che il sorprendente risultato del salto di Bob Beamon sia stato influenzato dall'altitudine di Città del Messico (2250 m). Infatti la densità dell'aria a Città del Messico è 0.94 Kg/m^3 rispetto ai 1.29 Kg/m^3 a livello del mare. E' possibile quindi che la differenza in termini di attrito con l'aria dovuta al diverso valore di densità sia stata tale da influenzare il risultato del salto.

2. DESCRIZIONE DEL MODELLO MATEMATICO

La cinematica del problema e' riferita a due assi cartesiani: x ed y, con l'origine in corrispondenza del punto di distacco dell'atleta. Il saltatore stacca con velocità iniziale V_0 e angolo con l'orizzontale θ_0 .

Le uniche forze considerate sono quella gravitazionale e l'attrito con l'aria D , proporzionale al quadrato della velocità. Non c'e' contributo del vento.

Il modello scelto per descrivere il moto dell'atleta è il seguente:

$$\dot{x} = v \cos \theta, \quad \dot{y} = v \sin \theta$$

$$\dot{\theta} = -\frac{g}{v} \cos \theta \quad \dot{v} = -\frac{D}{m} - g \sin \theta$$

$$D = \frac{c\rho s}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

Le costanti sono: L'accelerazione di gravità $g=9.81 \text{ m/s}^2$, la massa $m=80\text{Kg}$, il coefficiente di attrito $c=0.72$, la superficie della sezione frontale dell'atleta $s=0,5 \text{ m}^2$, l'angolo di stacco $\theta_0=22.5^\circ=\pi/8 \text{ rad}$.

v0	Theta0(°)	rho	distance	analitic distance
10	22,5	0,94		
10	22,5	1,29		
	22,5	0,94	8,9042	
	22,5	1,29		

Tabella 2

Calcolare i dati mancanti in tabella 2, dove la prima riga rappresenta il salto ad alta altitudine, la seconda riga a livello del mare.

Nella terza riga si chiede di calcolare il valore della velocità iniziale per la quale Bob coprì la distanza di 8,9 m. (calcolare il valore x al momento dell'atterraggio per più valori di v_0 in condizioni di alta quota, si valuti l'interpolante in 8,9 m). Nella quarta riga si chiede, utilizzando v_0 della terza riga, la lunghezza del salto a livello del mare. Ovvero calcolare il valore di x di atterraggio a bassa quota usando come condizione iniziale il valore di velocità ricavato in riga 3 della Tabella 2.

Per calcolare la soluzione esatta si utilizzi 'dsolve' di matlab.

Da questi risultati si può concludere che nella straordinaria prestazione di Bob Beamon, la bassa densità dell'aria influenzò il risultato da giustificare un miglioramento del record di 80 cm.? E' più importante la velocità iniziale o la densità dell'aria?