
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I, 30/06/2015
TEMA 1

Esercizio 1 (punti 10) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ammette soluzioni:

$$\begin{cases} -x + 2z = -3 \\ -y + (k+1)z = 0 \\ kx + y = -1 \end{cases}$$

Quando possibile determinare tali soluzioni.

Esercizio 2 (14 punti) Sia $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y = z\}$.

- (a) Calcolare la dimensione di U ed esibire una sua base B .
- (b) Stabilire se il vettore $v = (4, 1, 2)$ appartiene ad U e, in caso affermativo, calcolare le sue coordinate rispetto alla base B .
- (c) Determinare una base ortonormale C di U .
- (d) Completare C in una base ortonormale di \mathbb{R}^3 .
- (e) Interpretato U come una sottovarietà lineare nello spazio euclideo tridimensionale, scrivere le equazioni cartesiane di una retta parallela ad U , passante per $P = (0, 0, 0)$ ed ortogonale al vettore v .

Esercizio 3 (6 punti) Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e sia $f_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la funzione lineare associata alla matrice A .

- (a) Determinare una base di $\ker f_A$ ed una base di $\operatorname{Im} f_A$.
- (b) Stabilire se f_A è iniettiva e/o suriettiva.

N.B. Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I, 30/06/2015
TEMA 2

Esercizio 1 (punti 10) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ammette soluzioni:

$$\begin{cases} -x + 2z = -3 \\ -y + kz = 0 \\ (k-1)x + y = -1 \end{cases}$$

Quando possibile determinare tali soluzioni.

Esercizio 2 (14 punti) Sia $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - z = y\}$.

- Calcolare la dimensione di U ed esibire una sua base B .
- Stabilire se il vettore $v = (2, 2, 2)$ appartiene ad U e, in caso affermativo, calcolare le sue coordinate rispetto alla base B .
- Determinare una base ortonormale C di U .
- Completare C in una base ortonormale di \mathbb{R}^3 .
- Interpretato U come una sottovarietà lineare nello spazio euclideo tridimensionale, scrivere le equazioni cartesiane di una retta parallela ad U , passante per $P = (0, 0, 0)$ ed ortogonale al vettore v .

Esercizio 3 (6 punti) Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e sia $f_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la funzione lineare associata

alla matrice A .

- Determinare una base di $\ker f_A$ ed una base di $\operatorname{Im} f_A$.
- Stabilire se f_A è iniettiva e/o suriettiva.

N.B. Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate.